

## Chapitre 4

# **Exemples d'applications aux systèmes électrotechniques**



## **E**xemples d'applications aux systèmes électrotechniques

### 1. Introduction

La méthode des plans d'expériences (premier chapitre) et certains algorithmes d'optimisation basés sur la MPE (deuxième chapitre) sont appliqués dans cette partie à l'étude de 3 systèmes électrotechniques.

Les résultats présentés sont issus du logiciel Sophemis, décrit dans le troisième chapitre.

Le premier dispositif étudié est un moteur brushless à aimants permanents, typiquement utilisé pour la motorisation de ventilateurs. L'étude présentée a visé à maximiser le flux des aimants permanents rotoriques, mesuré dans les bobinages statoriques. Ce problème se distingue par la présence de facteurs de tout type, c'est-à-dire continus, discrets et qualitatifs.

Le deuxième système correspond à un dispositif de stockage d'énergie magnétique par anneaux supraconducteurs. Il s'agit d'un problème connu, souvent utilisé pour l'évaluation des méthodes d'optimisation. Sa difficulté tient principalement à son caractère purement discret, et par l'existence de multiples minima. 2 approches différentes sont proposées pour résoudre ce problème d'optimisation.

Enfin, le dernier système étudié est un frein linéaire à courants de Foucault, pour applications ferroviaires. Les facteurs considérés sont continus et discrets. L'optimisation de ce dispositif doit satisfaire simultanément 2 objectifs très différents, c'est-à-dire maximiser la force de freinage développée tout en minimisant la force d'attraction créée dans le même temps. L'optimisation est donc multi-objectifs. L'étude du frein électromagnétique est décomposée en 2 parties : la première utilise une modélisation éléments finis et la seconde un modèle 3D. La validité de ce modèle volumique est déterminée par comparaison avec des essais expérimentaux.

## 2. Moteur synchrone à aimants

### 2.1. Descriptions

#### 2.1.1. Dispositif

On considère un moteur à courant continu, de type brushless.

Ce type de machine a été présenté initialement dans la thèse de Frédéric Gillon [Gillon 97], puis a fait l'objet d'études complémentaires [Gillon 98] [Vivier1 01].

Le rotor est intérieur. Il est formé :

- de l'arbre ;
- d'une partie supérieure pleine, construite à partir de tôles ferromagnétiques ;
- d'une couronne extérieure donnant sur l'entrefer, composée d'aimants permanents créant les pôles rotoriques.

L'application de ce type de machine correspond à la construction de moto-ventilateurs.

La figure suivante en donne une représentation simplifiée (les proportions entre les différentes parties n'ont pas été prises en compte pour la réalisation de cette illustration).

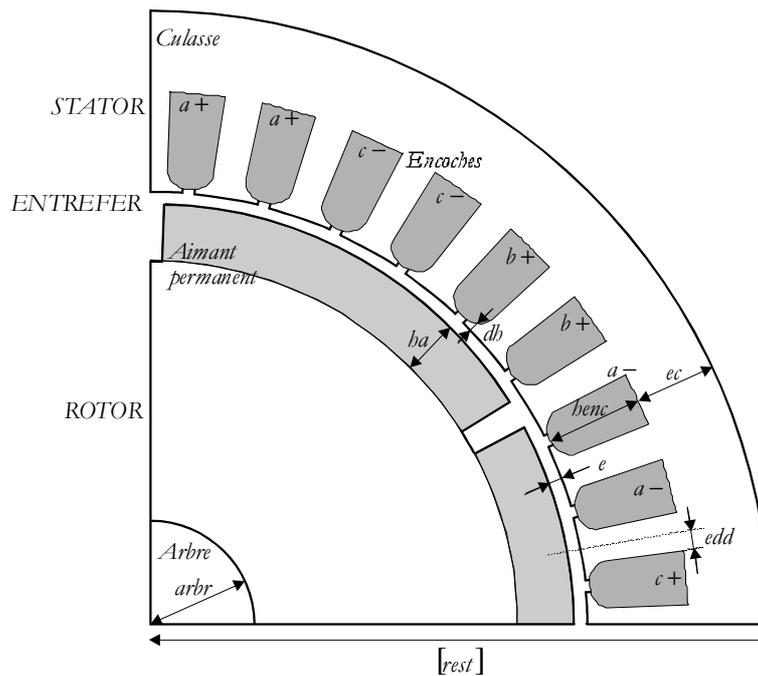


Figure 1 - Représentation schématique en coupe d'un quart d'un moteur synchrone à aimants permanents

Certaines variables ont été reportées sur la figure précédente en respectant les écritures suivantes :

- $[var]$  désigne une grandeur constante quelles que soient les configurations envisagées ;
- $(var)$  décrit une variable dont la valeur est liée à celles d'autres grandeurs ;
- $var$  est une grandeur dont il faut préciser la valeur pour définir le dispositif étudié.

Ces notations seront reprises pour la présentation des autres exemples applicatifs.



## *Moteur synchrone à aimants*

Le moteur représenté ci-dessus est une machine à 6 pôles, avec 36 encoches statoriques. L'angle d'ouverture des bobines de phase est égal à  $60^\circ$ .

Le bobinage de chaque phase est réparti sur 2 encoches consécutives. Les correspondances entre les encoches sont partiellement reportées sur cette figure. Ainsi, par exemple, le bobinage correspondant à la phase *a* est placé dans les 2 encoches « *a+* » pour reboucler ensuite à travers les 2 encoches « *a-* ». Les indications données dans cette figure permettent de déduire le parcours des autres bobinages.

Sur la surface du rotor sont fixés des aimants permanents. Leur placement est réalisé en fonction la direction de leur aimantation, afin de disposer d'une succession de pôles Nord et Sud.

### 2.1.2. Variables

#### ➔ Constantes

Certaines grandeurs ont été fixées à des valeurs constantes. Le tableau suivant réunit les données correspondantes.

Tableau 1 - Caractéristiques des constantes du problème

Identifiant	Valeur	Unité	Description
<i>[nbpo]</i>	6	-	Nombre de pôles
<i>[rest]</i>	50	mm	Rayon extérieur de la machine

#### ➔ Facteurs

On donne ci-après les caractéristiques des variables étudiées dans ce problème d'optimisation. Les valeurs de ces grandeurs sont maîtrisées : ce sont les facteurs.

Tableau 2 - Caractéristiques des facteurs du problème

Identifiant	Type	Unité	$b_{inf}$	$b_{sup}$	$N_{vi}$	$\pi_i$	Description
<i>e</i>	continu	mm	0.9	1.1	3	0.1	Largeur d'entrefer
<i>edd</i>	continu	mm	1.71	2.09	20	0.02	Grandeur proportionnelle à l'épaisseur de demi-dent
<i>ec</i>	continu	mm	6.3	7.7	15	0.1	Épaisseur de culasse
<i>benc</i>	continu	mm	10.8	13.2	25	0.1	Hauteur d'encoche au stator
<i>ba</i>	continu	mm	5.4	6.6	13	0.1	Hauteur d'aimant au rotor
<i>arbr</i>	continu	mm	6.3	7.7	15	0.1	Diamètre de l'arbre
<i>db</i>	continu	mm	0.81	0.99	10	0.02	Épaisseur de tête d'encoche au stator
<i>nest</i>	discret	-	18 ou 36				Nombre d'encoches au stator
<i>fer</i>	qualitatif	M800 ou M330					Type de matériau composant le stator i.e. Caractéristiques B-H des tôles statoriques
<i>aim</i>	qualitatif	Ferrite ou NdFeB					Type d'aimant

Le facteur *edd* est lié au facteur *nest* pour définir la largeur réelle *d2* réelle d'une demi-dent :

$$d2 = \frac{24}{nest} \cdot edd$$

#### ➔ Réponse

Plusieurs grandeurs physiques ont été calculées et analysées dans le cadre de cette étude. Cependant, une seule a été considérée pour la présentation des résultats. Elle sera prise comme étant la fonction objectif.

Tableau 3 - Caractéristiques de la réponse du problème

Identifiant	Unité	Description
<i>fluxb</i>	Wb	Flux mesuré de bobinage

### 2.1.3. Problème d'optimisation

L'objectif est de maximiser la réponse *fluxb*. Parmi les 10 facteurs considérés, 7 sont continus (*e*, *edd*, *ec*, *benc*, *ba*, *arbr*, *db*), 1 est discret (*nest*) et 2 sont qualitatifs (*fer*, *aim*).

Le problème d'optimisation est donc « mixte ».

Aucune contrainte n'est considérée.

# Moteur synchrone à aimants

## 2.2. Modèle éléments finis

La modélisation du moteur brushless a été réalisée sous OPERA 2D. Elle ne prend en compte qu'un sixième de la machine dessinée en coupe, perpendiculairement à l'axe de rotation. Les calculs éléments finis exploitent les symétries inhérentes aux machines tournantes multipolaires.

Les modèles sont paramétrés, c'est-à-dire que leurs constructions s'appuient sur les valeurs successives des facteurs. On rappelle que cette liaison facteurs – modélisation éléments finis est réalisée par le fichier COMI de construction de modèles (Chapitre 3, §2.2.2. ).

Le maillage n'est pas paramétré, mais il est auto-adaptatif : il est automatiquement affiné par OPERA afin de satisfaire à des limites d'erreurs de modélisation fixées par l'utilisateur. Ceci présente un gros avantage dans le cas où la géométrie des modèles change fortement suivant les valeurs des facteurs.

Les calculs sont du type magnétostatiques.

Chaque simulation demande environ 45 secondes, sur un ordinateur de bureau de processeur Pentium II 550MHz avec 256 Mo de mémoire RAM, sous environnement Windows 98.

A titre d'illustration, une vue du modèle maillé est donnée ci-après.

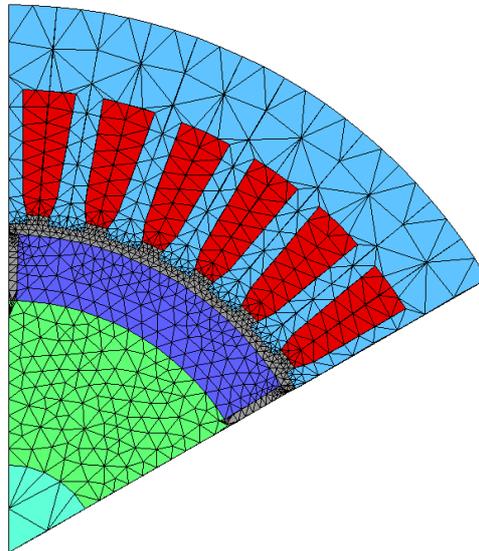


Figure 2 - Vue d'un modèle éléments finis du moteur à aimants permanents  
(OPERA 2D – 1652 éléments – 2403 nœuds)  
6 pôles – 36 encoches au stator

On peut identifier 6 zones différentes relativement à leurs matériaux constitutifs.

Tableau 4 - Différentes zones du modèle élément finis définies par leur matériau

Partie considérée	Matériau
Arbre	Matériau ferromagnétique n°1
Rotor	Matériau ferromagnétique n°2
Aimants permanents	Aimant permanent
Entrefer	Air
Conducteurs	Cuivre
Stator	Matériau ferromagnétique n°3

Les propriétés des matériaux ferromagnétiques ainsi que les aimants permanents sont données par des fichiers externes contenant les définitions des courbes B-H de première aimantation correspondantes.

## 2.3. Calculs

### 2.3.1. Analyse de screening

On recherche dans un premier temps les influences réelles des 10 facteurs vis-à-vis des variations de la réponse.

On réalise pour cela une analyse de screening.

Dans ce cadre, des plans factoriels et des plans de Taguchi ont été calculés.

Tous ces plans font prendre 2 niveaux à chaque facteur ( $N_{n_i}=2$ ).

#### 2.3.1.1 Plans factoriels

##### ➔ Plan complet

Chacun des 10 facteurs prend 2 niveaux correspondant à ses limites inférieures et supérieures (facteurs continus et discrets) ou bien à ses modalités (facteurs qualitatifs).

Ce plan nécessite donc le calcul de  $2^{10}=1024$  expériences.

L'utilisation d'une seule machine de calcul aurait impliqué un temps total de calcul environ égal à 12h 50min.

Afin de disposer des résultats de simulation plus rapidement, la solution du calcul distribué a été naturellement employée. Pour cela, les calculs ont été répartis sur 4 ordinateurs de calcul de même puissance, commandés par un ordinateur serveur. Le temps global de calcul du plan a ainsi été réduit à 3h 15min.

Ce plan prend en compte les effets des facteurs ainsi que toutes les interactions existant entre ces facteurs.

Du fait de la présence de facteurs qualitatifs, écrire la relation liant la réponse aux 10 facteurs n'aurait aucun sens. Cette remarque s'applique donc également aux autres plans de screening, dans le cadre de cet exemple.

##### ➔ Plans fractionnaires

Les plans fractionnaires  $2^{10-1}$ ,  $2^{10-2}$ ,  $2^{10-3}$ ,  $2^{10-4}$ ,  $2^{10-5}$  et  $2^{10-6}$  ont été déduits de la connaissance des valeurs de la réponse aux 1024 points d'expériences du plan complet. Pour chaque valeur de  $r$ , une seule définition des générateurs indépendants a été considérée. Ces générateurs sont donnés dans la partie Tables.

#### 2.3.1.2 Plans de Taguchi

##### ➔ Table L12

Parmi les plans de Taguchi se trouve la table L12. Celle-ci permet la création de matrices d'expériences pouvant compter jusqu'à 12 facteurs. Pour  $k \geq 4$ , le nombre d'expériences  $N$  du plan est égal à 12.

Toute table de Taguchi est donnée avec la définition des interactions pouvant être gérées par le modèle sous-jacent.

La table L12 constitue un cas à part, dans la mesure où elle ne prend en charge aucune interaction entre facteurs. Seuls les effets principaux peuvent être déduits des résultats de ce plan.

##### ➔ Table L16 « 5 »

La table L16 de Taguchi a également été utilisée dans cet exemple.

La différence avec la table L12 réside dans la prise en compte de certaines interactions entre les facteurs. C'est ainsi qu'il existe plusieurs configurations d'utilisation de cette table, suivant les interactions que l'on désire calculer.

Dans le cas présent, nous avons retenu le mode permettant la prise en charge, en plus des facteurs principaux, des termes représentant les liaisons entre :

- $e$  et  $fer$  ;

## Moteur synchrone à aimants

- *edd* et *ec* ;
- *nest* et *henc* ;
- *ha* et *aim* ;
- *arbr* et *dh*.

Comme son nom l'indique, la table L16 implique la réalisation de 16 expériences.

### 2.3.1.3 Comparaison des résultats

#### ➔ Effets

Toutes les réponses mesurées à chaque expérience, pour chaque plan, ont été divisées par la valeur minimale constatée lors du plan factoriel complet ( $2^{10}$ ) :  $5.0804 \cdot 10^{-5}$ .

Les effets des 10 facteurs principaux obtenus par les 9 plans de screening, sont représentés par la Figure 3.

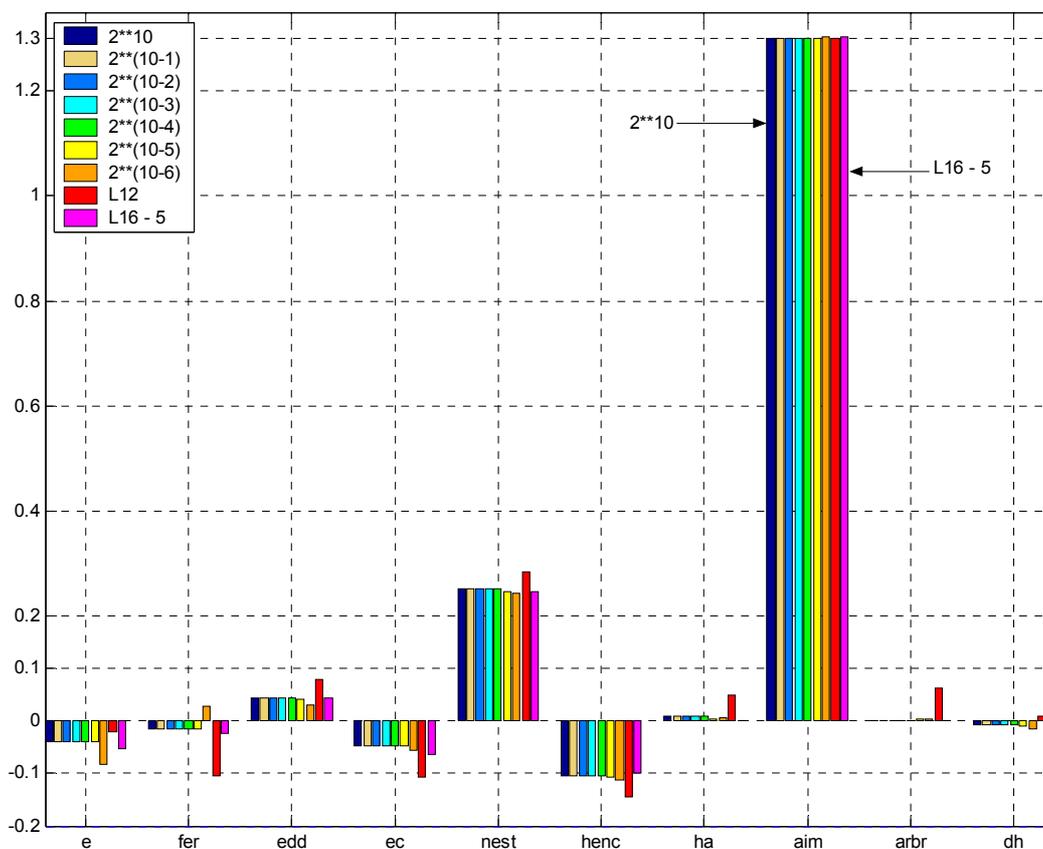


Figure 3 - Histogramme des effets des 10 facteurs donnés par les 9 plans de screening

L'histogramme des effets permet de juger directement des effets relatifs des facteurs. C'est ainsi que l'on note l'extrême importance du facteur qualitatif *aim*, c'est-à-dire du type d'aimant utilisé pour le rotor. Dans une moindre mesure vient ensuite le facteur discret *nest* (nombre d'encoches au stator). La présence de *henc* (hauteur d'encoche) est notable également.

A l'opposé, on remarquera les très faibles valeurs des effets pour les facteurs *ha*, *arbr* et *dh*, et de façon moins nette pour *fer*.

Certains résultats étaient attendus, en particulier en ce qui concerne la faiblesse de l'influence du facteur *arbr*, ainsi que l'aspect fortement significatif du facteur *aim*.



## Moteur synchrone à aimants

Le tableau suivant donne les valeurs des effets limites (non représentés dans la figure précédente). Elles permettent de transformer la Figure 3 en une représentation graphique de l'ANOVA. Ainsi, on rappelle que les effets supérieurs à  $E_{lim}$  désignent les facteurs jugés influents, à un niveau de signification de 95%.

Tableau 5 - Valeurs des effets limites de signification, à une probabilité  $P=0.95$ , pour chacun des 9 plans de screening calculés

PE	N	$ddl_r$	$SCE_r$	$F_s$	$E_{lim}$
$2^{10}$	1024	1013	22.4128	3.8507	$\pm 0.0091$
$2^{10-1}$	512	501	11.2064	3.8601	$\pm 0.0130$
$2^{10-2}$	256	245	5.6023	3.8797	$\pm 0.0186$
$2^{10-3}$	128	117	2.7929	3.9222	$\pm 0.0270$
$2^{10-4}$	64	53	1.4134	4.0230	$\pm 0.0409$
$2^{10-5}$	32	21	0.6247	4.3248	$\pm 0.0634$
$2^{10-6}$	16	5	0.2553	6.6079	$\pm 0.1452$
L12	12	1	0.0121	161.4476	$\pm 0.4027$
L16 - 5	16	5	0.3040	6.6079	$\pm 0.1585$

### ➔ Analyses de variance

Pour chaque plan de screening, une analyse de variance a été calculée.

Dans tous les cas, la variance résiduelle est construite sur l'ensemble des termes d'interactions entre facteurs. Ce mode de calcul se trouve notamment justifié par le fait que les sommes des carrés des écarts ( $SCE$ ) de ces interactions sont très petites relativement à celles des facteurs principaux, pour tous les plans.

La variance résiduelle est également fonction du nombre de degrés de liberté  $ddl_r$  correspondant. Suivant le plan considéré,  $ddl_r$  varie entre 1 et 1013. La variance est d'autant plus « crédible », c'est-à-dire est une estimation d'autant plus précise de la variance expérimentale, que le nombre de degrés de liberté  $ddl_r$  est grand. C'est ainsi, notamment, que les résultats donnés par la réalisation des plans comptant  $N=12$  expériences, sont à considérer avec prudence : la valeur de la variance résiduelle employée n'est pas fiable lorsque  $ddl_r$  vaut 1.

Le nombre de degrés de liberté de la variance résiduelle est pris en compte dans le test de Fisher. Par conséquent, les niveaux de probabilité qui en résultent en dépendent. Si l'on prend comme règle de décision qu'un facteur est jugé influent lorsque le test de Fisher lui donne une probabilité supérieure à 95%, alors le nombre de facteurs acceptés par ce test dépendra du plan utilisé, puisqu'à chaque plan correspond une valeur de  $ddl_r$ .

Le tableau suivant concentre les résultats des analyses de variances pour les 9 plans de screening réalisés au cours de cette étude. Pour chacun est donné le classement des 10 facteurs relativement aux probabilités issues du test de Fisher. Les cases en grisé indiquent les facteurs dont l'aspect significatif a été estimé inférieur à 95%.

Tableau 6 – Classement des facteurs selon leur probabilité obtenue au test de Fisher de l'ANOVA pour chaque plan de screening

		$2^{10}$	$2^{10-1}$	$2^{10-2}$	$2^{10-3}$	$2^{10-4}$	$2^{10-5}$	$2^{10-6}$	L12	L16 - 5
Facteurs	<i>e</i>	6	6	6	6	6	6	4	9	5
	<i>fer</i>	7	7	7	7	7	7	7	5	8
	<i>edd</i>	5	5	5	5	5	5	6	6	6
	<i>ec</i>	4	4	4	4	4	4	5	4	4
	<i>nest</i>	2	2	2	2	2	2	2	2	2
	<i>benc</i>	3	3	3	3	3	3	3	3	3
	<i>ba</i>	8	8	9	8	8	9	9	8	10
	<i>aim</i>	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	<i>arbr</i>	10	10	10	10	10	10	10	7	9
	<i>dh</i>	9	9	8	9	9	8	8	10	7

Les résultats donnés par les plans factoriels restent relativement homogènes entre eux. Les ordres donnés par les plans fractionnaires sont très proches et parfois identiques à ceux issus du plan complet de

## Moteur synchrone à aimants

référence. Les facteurs *ba*, *arbr* et *db* sont toujours non significatifs. Le facteur *fer* n'est considéré comme significatif que par les plans  $2^{10}$  et  $2^{10-1}$ , c'est-à-dire par les plans ayant les *ddl*, les plus forts. Enfin, *aim*, *nest* et *benc* sont les seuls facteurs à n'être rejetés par aucun plan factoriel.

Les résultats des plans de Taguchi sont plus sélectif, en raison du faible nombre de degrés de liberté de leurs résidus. Ils sont donc à relativiser. On garde toutefois les 4 mêmes premiers facteurs, dans le même ordre, que ceux donnés par les plans factoriels. Toutefois, seuls les facteurs *aim* et *nest* sont considérés comme significatifs.

Le cas du facteur *e* est intéressant. On sait bien que ce facteur influe sur les grandeurs de type magnétique, telle que le flux dans les bobinages. Il constitue en effet une partie du trajet de lignes de flux : son effet est réluctant. La maximisation du flux peut ainsi être provoquée par l'attribution de valeurs faibles à ce facteur.



Il est clair que la recherche des facteurs influents ne nécessitait pas la réalisation de tous ces plans. Un seul aurait suffi. Ces calculs supplémentaires ne sont justifiés que par la volonté de comprendre leurs différences en comparant leurs résultats, et également par le fait que l'application Sophemis en donnait l'opportunité. Le calcul du plan factoriel complet  $2^{10}$  permettait également de valider l'intérêt du calcul réparti sur un réseau de PCs.

### 2.3.1.4 Conclusions

Il faut noter que les différentes conclusions peuvent être différentes suivant :

- le plan de screening ;
- la probabilité limite, sous laquelle les facteurs ne sont plus jugés significatifs.

Cette probabilité limite a été prise jusqu'à maintenant égale à 95%.

Le plan de référence est le plan factoriel complet ( $2^{10}$ ) pour lequel :

- il ne peut exister de confusion d'effets, entre effets principaux et interactions ;
- le calcul de la variance résiduelle est le plus précis.

Globalement, l'ordre d'influence des facteurs donné par ce plan est suivi par les autres. L'interrogation porte en réalité sur la détermination des facteurs non significatifs.

On notera que les seuls facteurs à être rejetés dans tous les cas sont dans l'ordre, *ba*, *db* et *arbr*.

Le facteur *e* est jugé significatif par les plans dont le nombre d'expériences est supérieur ou égal à 64, c'est-à-dire par les plus sûrs quant à leurs résultats.

Dans un problème d'étude plus conventionnel, il est très rare, car coûteux, de réaliser autant de plans de screening pour la même fin. Ainsi, plus communément, le choix des facteurs influents est principalement lié à l'unique plan réalisé.

L'exemple présent ne doit pas s'écarter des implications de cette remarque. Chaque plan donne sa solution quant au choix des facteurs.



Dans le cadre de notre exemple, le plan factoriel fractionnaire  $2^{10-3}$  a été choisi pour le choix des facteurs. Si un seul plan de screening avait du être réalisé dans ce but, ce plan aurait été choisi en raison du temps relativement raisonnable nécessaire à son calcul, et également en raison de sa résolution élevée (V) permettant d'éviter de mauvaises confusions d'effets.

6 facteurs sont donc retenus pour la suite de cette étude : *aim*, *nest*, *benc*, *ec*, *edd* et *e*.

### 2.3.2. RSM

Les facteurs *aim* et *nest* sont respectivement qualitatif et discret. Etant donné que *nest* n'est défini que par les valeurs 18 et 36, et que toute valeur intermédiaire (même entière) ne représente pas une solution possible au point de vue pratique, *nest* doit être traité comme un facteur qualitatif à 2 modalités.

Ainsi donc, l'étude de RSM consistera à construire des modèles de la réponse *flux<sub>b</sub>* en fonction des 4 facteurs continus (*benc*, *ec*, *edd* et *e*), pour chacune des 4 combinaisons entre les valeurs des facteurs *aim* et *nest*. Ces dernières sont résumées par le tableau donné ci-dessous.

## Moteur synchrone à aimants

Tableau 7 - Valeurs des combinaisons entre les modalités des facteurs *aim* et *nest*

	aim	nest
1	Ferrite	18
2	Ferrite	36
3	NdFeB	18
4	NdFeB	36

Le plan de RSM utilisé est un plan de Doehlert, de type D-1. Son mode de construction est explicité dans l'Annexe 1. Ce choix est notamment motivé par le faible coût demandé : 21 expériences doivent être calculées. Ce nombre est faible au regard des 81 expériences qu'un plan factoriel complet à 3 niveaux par facteurs implique.

### ➔ Modèles

On ne considérera par la suite que les modélisations du second ordre.  
Les coefficients de ces modèles sont donnés par le Tableau 8.

Tableau 8 - Coefficients des modèles polynomiaux *aim* du second ordre, pour les 4 combinaisons de valeurs des facteurs et *nest*

Combinaisons		Ferrite ( <i>aim</i> ) 18 enc. ( <i>nest</i> )	Ferrite 36 enc.	NdFeB 18 enc.	NdFeB 36 enc.
Coefficients	$b_0$	2.2453	2.8214	-0.44942	-5.1018
	$b_1$ ( <i>benc</i> )	-0.048694	-0.061476	-0.0028709	0.22813
	$b_2$ ( <i>ec</i> )	-0.045508	-0.059086	0.21465	0.95125
	$b_3$ ( <i>edd</i> )	0.014794	0.010309	4.2158	5.314
	$b_4$ ( <i>e</i> )	-0.35633	-0.47874	-0.058667	1.514
	$b_{11}$	-2.1187 $\cdot 10^{-5}$	-5.741 $\cdot 10^{-5}$	0.00064928	-0.0041896
	$b_{22}$	-0.00014394	-0.00015934	-0.0082684	-0.047916
	$b_{33}$	-0.0021493	-0.0021584	-0.54292	-0.90117
	$b_{44}$	0.02488	0.036293	0.06781	-0.22464
	$b_{12}$	-3.6528 $\cdot 10^{-5}$	-3.6528 $\cdot 10^{-5}$	-0.003274	-0.021524
	$b_{13}$	-4.2296 $\cdot 10^{-5}$	0.00017975	-0.060658	-0.057081
	$b_{14}$	0.0054359	0.0071632	0.014573	-0.010766
	$b_{23}$	-0.00022675	0.00021627	-0.078454	-0.024299
	$b_{24}$	0.0054366	0.0070024	-0.004264	-0.071698
$b_{34}$	-0.0021266	-0.0037047	-0.36462	-0.57703	
R <sup>2</sup>	R <sup>2a</sup>	≈1	≈1	≈1	≈1
		0.99967	0.9989	0.99936	0.99787

Les valeurs des coefficients données par le tableau précédent ne sont qu'indicatives car leur étude ne peut aboutir sur aucune conclusion. En effet, les modèles considérés sont du second ordre : les variations de la réponse dépendent donc des ordres de grandeur des termes simples vis-à-vis de ceux des termes au carré. Le placement au point stationnaire constitue également un paramètre important.

La présence des termes non négligeables d'ordre 2 fait perdre la signification d'*effet* aux coefficients des monômes du premier ordre ( $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$  et  $b_4$ ), telle qu'on la rencontre dans les analyses de screening. Par conséquent, les signes de ces coefficients ne sont pas représentatifs.

La très bonne qualité des modèles calculés doit être soulignée. Pour les 2 premiers, les résidus sont extrêmement faibles ( $10^{-6}$  environ). Ils sont de l'ordre de  $10^{-3}$  pour les modèles correspondant à *aim*=NdFeB.

L'application de l'analyse de la variance sur ces 4 modèles aboutit, dans tous les cas, à une probabilité supérieure à 0.999, pour que la variance issue de la régression soit significativement différente de celle des résidus. Ces 4 modèles sont ainsi jugés valides, à ce niveau de probabilité.

### ➔ Meilleures valeurs

Pour chacun des 4 modèles du second ordre calculés, sont reportées dans le tableau suivant les valeurs maximales prises par la fonction réponse dans le DE. Les coordonnées correspondantes y sont également indiquées.

## Moteur synchrone à aimants

Tableau 9 - Caractéristiques des meilleurs points des 4 modèles d'ordre 2 dans le DE

Combinaisons		Ferrite 18 enc.	Ferrite 36 enc.	NdFeB 18 enc.	NdFeB 36 enc.
Facteurs	<i>benc</i>	10.8 ( $=b_{inf}$ )			
	<i>ec</i>	6.3 ( $=b_{inf}$ )			
	<i>edd</i>	2.09 ( $=b_{sup}$ )			
	<i>e</i>	0.9 ( $=b_{inf}$ )			
Réponse	<i>fluxb</i>	1.21873	1.48968	3.8678	4.64534

On observe ainsi que, quelles que soient les valeurs de *aim* et de *nest*, les 4 modèles situent les meilleures conditions au même endroit : il s'agit d'un des 16 sommets du DE hyper-rectangulaire.

Cependant, puisqu'il existe 4 modèles différents de la fonction réponse suivant les valeurs de *aim* et de *nest* (Tableau 8), il existe de fait 4 valeurs différentes de *fluxb* au point d'expérience [10.8, 6.3, 2.09, 0.9].

Les données de ce tableau s'accordent parfaitement avec les résultats de l'analyse de screening. C'est ainsi que l'on retrouve de manière ostensible l'effet du type d'aimant (*aim*), et de façon moins forte celui du nombre d'encoches (*nest*). Les valeurs particulières prises par les facteurs continus constituent également une confirmation des influences précédemment calculées. Les facteurs dont les effets étaient négatifs (*benc*, *ec* et *e*) sont ceux pour lesquels les meilleures valeurs de *fluxb* sont situées à leurs bornes inférieures. Le phénomène est opposé pour le facteur *edd*. Il est en effet normal pour un facteur dont l'effet est positif (négatif respectivement) d'augmenter ses valeurs pour accroître (diminuer respectivement) celles de la fonction réponse.

### 2.3.3. Optimisation

Plusieurs méthodes d'optimisation ont été lancées, en complément de l'étude précédente de RSM.

De la même manière que pour la construction des surfaces de réponse, les 4 combinaisons entre les valeurs des facteurs *aim* et *nest* sont considérées dans chaque cas.

#### ➔ Zooms sans modèle

Les résultats finaux des 4 lancements de l'algorithme d'optimisation par zooms sans calcul de modèle, sont donnés ci-après.

Tableau 10 - Meilleurs points mesurés trouvés par l'algorithme de zooms sans modèle

	<i>aim</i>	<i>nest</i>	<i>benc</i>	<i>ec</i>	<i>edd</i>	<i>e</i>	<i>fluxb</i>	<i>N</i>
1	Ferrite	18	10.8	6.3	2.09	0.9	1.2187	122
2	Ferrite	36					1.4897	122
3	NdFeB	18	10.8	6.65	2.09	0.9	3.85031	122
4	NdFeB	36					4.63572	162

Mis à part la quatrième configuration, on retrouve par cet algorithme d'optimisation les coordonnées du meilleur point trouvé au cours de l'exploitation des surfaces de réponse. De plus, les résultats donnés par le Tableau 10 confirment la très bonne qualité des modèles calculés pour la RSM : les valeurs calculées par éléments finis de la réponse *fluxb* en ce meilleur point sont très proches de celles prédites par ces modèles.

Pour la dernière configuration (*aim*=NdFeB et *nest*=36), le meilleur point n'est plus en *ec*=6.3 mais en *ec*=6.65, les valeurs des autres facteurs restant identiques. Il ne s'agit plus d'un sommet mais d'un point d'une hyper-arête du DE.

## Moteur synchrone à aimants

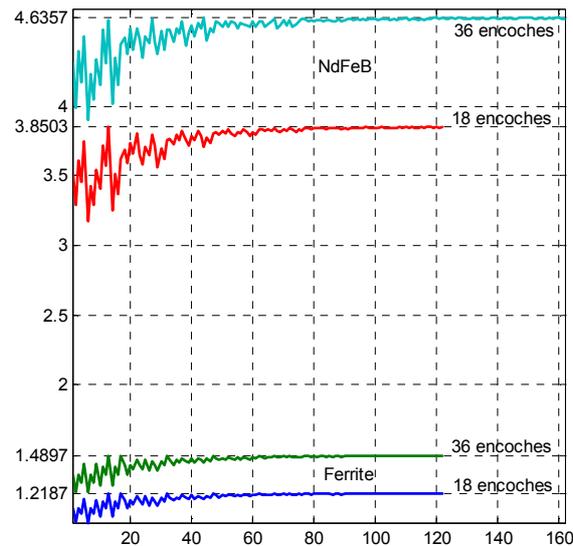


Figure 4 - Evolution des valeurs de la réponse  $flux_b$  dans l'ordre séquentiel de réalisation des expériences au cours de l'optimisation par zooms sans modèle pour les 4 combinaisons de valeurs de  $aim$  et  $nest$

L'application de la RSM nous avait déjà confirmé l'influence indiscutable des facteurs  $aim$  et  $nest$ . Relativement à l'objectif de maximisation du  $flux$  mesuré dans les bobinages statoriques, les meilleures valeurs ont été constatées lorsque le type d'aimant utilisé correspondait à du NdFeB, et lorsque le nombre d'encoches statoriques était égal à 36.

Les facteurs  $aim$  et  $nest$  étant tous deux considérés comme des facteurs qualitatifs, il n'était alors pas nécessaire de réaliser une optimisation pour chacune des 4 combinaisons de leurs valeurs, mais uniquement de s'en tenir à la meilleure configuration ( $aim=NdFeB$  et  $nest=36$ ). Les 4 cas ont été ici traité afin d'illustrer de manière exhaustive cette première procédure d'optimisation.

### ➔ Utilisation de plans factoriels

Il sera tenu compte ici de la remarque faite précédemment. Les facteurs  $aim$  et  $nest$  sont convertis en constantes, et fixés à leurs valeurs donnant les meilleurs résultats pour la fonction objectif  $flux_b$ .

On applique ici la première des méthodes exhaustives qui procède à une exploration complète et systématique du DE. Elle est présentée dans le deuxième chapitre.

Tableau 11 - Meilleur point mesuré trouvé par l'algorithme exhaustif utilisant les plans factoriels

$aim$	$nest$	$benc$	$ec$	$edd$	$e$	$flux_b$
NdFeB	36	10.8	7	2.09	0.9	4.62658

Les paramètres de calcul utilisés sont :

- Plan factoriel de base : plan fractionnaire  $2^{4-1}$  (8 expériences – résolution IV) ;
- Nombre de points pris par chacun des 3 facteurs : 5 ;

Données sur les calculs :

- Nombre d'expériences réalisées : 313 ;
- Temps nécessaire aux calculs : 1h 52 min 35s (ordinateur unique – Pentium III 800MHz – 2Go RAM) ;
- Meilleures valeurs trouvées à la 71<sup>ème</sup> expérience.

Le meilleur point donné ci-dessus correspond à une des 313 expériences réalisées. On constate que ses coordonnées ne sont pas celles du meilleur point trouvé par l'algorithme d'optimisation par zooms sans modèle ([10.8, 6.65, 2.09, 0.9]), et que la valeur de la fonction réponse  $y$  est moins grande. Le point optimal trouvé par l'algorithme courant, par utilisation de plans factoriels, donne donc a priori un optimum moins bon que la méthode précédente.

Cependant, il faut tenir compte de l'économie faite sur le nombre d'expériences requises, par le recours aux plans fractionnaires.

## Moteur synchrone à aimants

Si en chaque sous-domaine un plan factoriel complet avait été calculé, la procédure d'optimisation aurait nécessité  $5^4=625$  expériences, c'est-à-dire 2 fois plus de simulations qu'avec l'emploi de plans fractionnaires  $2^{4+1}$  (313).

Etant donné les considérations précédentes, on comprend que la fonction réponse n'a pas été évaluée en  $625-313=312$  points.

En calculant les modèles de la fonction réponse en chacun des sous-domaines, on peut alors calculer une estimation de  $flux_b$  en chacun des 312 points manquants.

Il faut ici tenir compte du fait que chaque point de réponse inconnue est dans la majorité des cas commun à plusieurs sous-domaines. Il peut donc exister plusieurs estimations de la fonction réponse en chacun de ces points.

Cette démarche a été appliquée sur les résultats d'expériences obtenus grâce à la méthode d'optimisation appliquée ici. On trouve alors 2 estimations de la fonction réponse, dont une est supérieure à toutes les valeurs obtenues par les simulations éléments finis.

Tableau 12 - Meilleur point déduit par calcul des expériences demandées par l'algorithme exhaustif utilisant les plans factoriels  
Estimations de la fonction réponse en ce point

<i>aim</i>	<i>nest</i>	<i>benc</i>	<i>ec</i>	<i>edd</i>	<i>e</i>	<i>flux_b</i>
NdFeB	36	10.8	6.65	2.09	0.9	4.60318 4.63803

On retrouve bien les coordonnées du meilleur point obtenues par l'algorithme d'optimisation appliqué précédemment (zooms sans modèle).

Les valeurs du  $flux_b$  de bobinage sont représentées ci-après, pour chaque expérience réalisée.

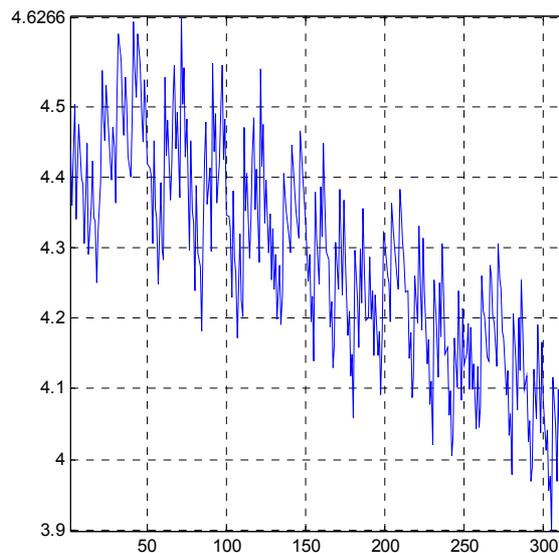


Figure 5 - Évolution des valeurs de la réponse  $flux_b$  au cours de l'optimisation par utilisation de plans factoriels pour  $aim=NdFeB$  et  $nest=36$

### 2.4. Conclusion

Cette étude a présenté l'étude ainsi que l'optimisation d'un moteur à aimants permanents.

Ce problème a notamment mis en avant la difficulté concernant le rejet des facteurs. Il a été ainsi montré que cette opération était dépendante du plan de screening choisi.

L'étude quantitative du système a été réalisée par l'application de la RSM et par le lancement de 2 procédures d'optimisation par plans d'expériences. Toutes ces techniques d'analyses ont débouché sur la détermination de conditions optimales quasiment similaires. Celles-ci définissent une nouvelle géométrie du moteur brushless, pour laquelle l'amplitude du flux de bobinage est plus de 4.6 fois plus importante que celle correspondant à la configuration initiale de base.

## Moteur synchrone à aimants

Afin d'illustrer visuellement ces résultats, nous donnons ci-dessous les représentations graphiques des modèles éléments finis correspondant à la configuration de base originelle et à la configuration finale optimisée.

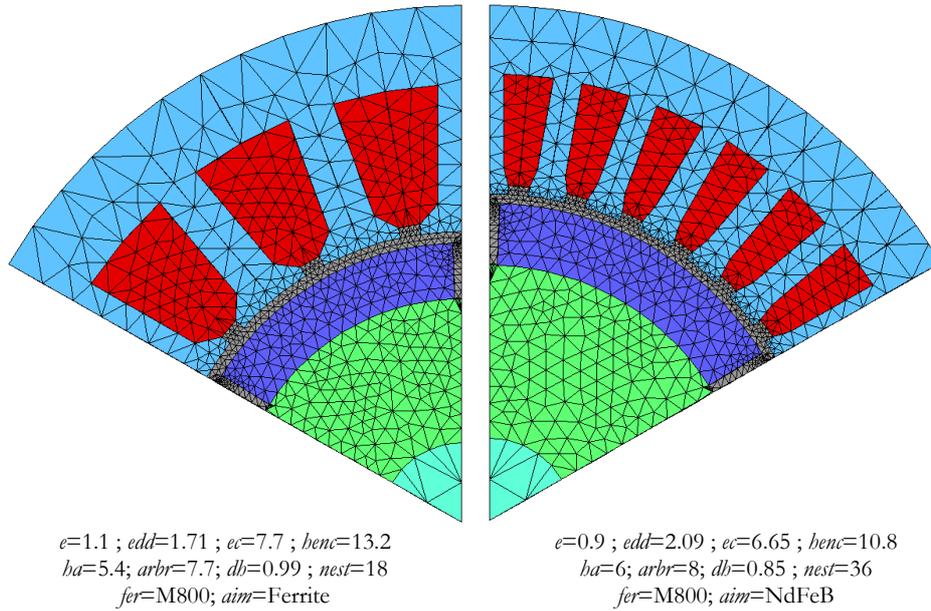


Figure 6 - Modèles éléments finis du moteur brushless à aimants permanents  
Gauche : configuration de base non optimisée  
Droite : configuration optimisée

### 3. Cas test « n°22 »

#### 3.1. Descriptions

##### 3.1.1. Dispositif

Ce problème d'optimisation particulier est régulièrement utilisé pour présenter les comportements et les performances des méthodes d'optimisation. Cet usage tend à en faire une application centrale, voire de référence pour le test de nouvelles procédures, notamment dans le domaine d'étude des systèmes électromagnétiques [Alotto 98], [Gallardo 99], [Vasconcelos 97].

On peut en trouver une description complète sur le site Internet de IGTE [Cas test 22]. Les principaux éléments sont toutefois rapidement rappelés dans ce qui suit.

Le système considéré est un dispositif de stockage d'énergie magnétique par anneaux supraconducteurs. Par la suite, on y fera parfois référence par le signe SMES (*Superconducting Magnetic Energy Storage*).

Cela consiste en 2 anneaux coaxiaux à section rectangulaire. Ils sont parcourus par un courant de même amplitude mais de sens de circulation contraire. Le dispositif est axisymétrique.

2 formulations de ce problème sont proposées suivant le nombre de facteurs considérés et leur type. La première prend en compte 3 facteurs discrets ( $R_2$ ,  $h_{22}$  et  $d_2$ ) alors que la seconde en considère 8 de type continu ( $R_1$ ,  $h_{21}$ ,  $d_1$ ,  $R_2$ ,  $h_{22}$ ,  $d_2$ ,  $J_1$  et  $J_2$ ). C'est la première configuration qui est étudiée ici.

On ne représente ci-dessous que la partie droite de la vue en coupe.

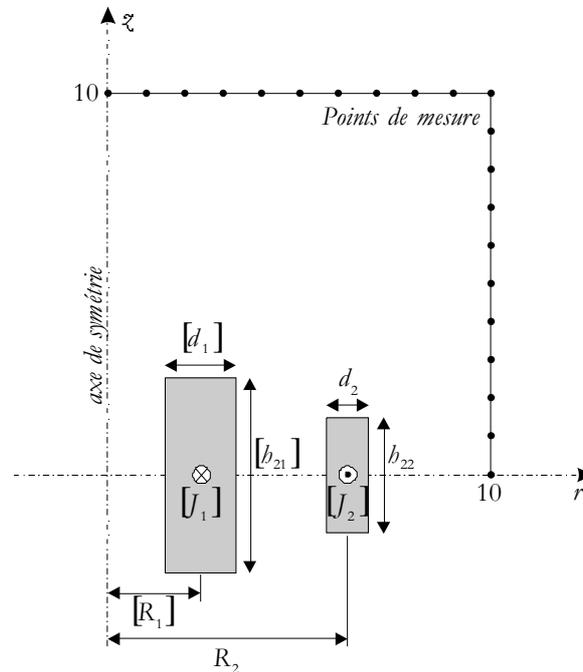


Figure 7 - Représentation schématique en coupe de la partie droite d'un dispositif de stockage d'énergie magnétique par anneaux supraconducteurs

L'optimisation se donne les objectifs suivants à respecter :

- l'énergie stockée doit valoir 180 MJ ;
- le champ magnétique doit toujours respecter une condition physique garantissant l'état de supraconductivité (*quench condition*) ;

## Cas test « n°22 »

- le champ magnétique évalué en plusieurs points de mesure, à une distance de 10 mètres du dispositif, doit être le plus faible possible.

### 3.1.2. Variables

#### ➔ Constantes

Sont données ci-après les caractéristiques générales des grandeurs fixées à des valeurs constantes.

Tableau 13 - Caractéristiques des constantes du problème

Identifiant	Valeur	Unité	Description
[R1]	2	m	Rayon moyen de l'anneau intérieur
[h21]	0.8	m	Hauteur de la section de l'anneau intérieur
[d1]	0.27	m	Largeur de la section de l'anneau intérieur
[J1]	22.5	A.mm <sup>2</sup>	Densité de courant dans l'anneau intérieur
[J2]	22.5	A.mm <sup>2</sup>	Densité de courant dans l'anneau extérieur

#### ➔ Facteurs

Le tableau suivant donne les caractéristiques des facteurs.

Tableau 14 - Caractéristiques des facteurs du problème

Identifiant	Type	Unité	$b_{mf}$	$b_{sup}$	$N_{vi}$	$\pi_i$	Description
R2	discret	m	2.6	3.4	81	0.01	Rayon moyen de l'anneau extérieur
h22	discret	m	0.204	1.1	129	0.007	Hauteur de la section de l'anneau extérieur
d2	discret	m	0.1	0.4	101	0.003	Largeur de la section de l'anneau extérieur

#### ➔ Réponses brutes

Plusieurs grandeurs mesurées sont dignes d'intérêt vis-à-vis du problème d'optimisation. Le tableau qui suit recense ces réponses de base.

Tableau 15 - Caractéristiques des réponses brutes du problème

Identifiant	Unité	Description
$E$	J	Energie stockée par le dispositif
$B_{stray}^2$	T <sup>2</sup>	Evaluation de l'amplitude du champ magnétique en plusieurs points de mesure
$B_{max}$	T	Amplitude maximale du champ magnétique créé par le dispositif de stockage

Il y a  $N_{pm}=22$  points de mesure du champ magnétique : le point de mesure situé en [10, 10] doit être pris en compte 2 fois.

$B_{stray}^2$  est la somme, divisée par  $N_{pm}$ , des amplitudes au carré du champ magnétique  $B_i$  mesuré en chacun des  $N_{pm}$  points de mesure.

$$B_{stray}^2 = \frac{1}{22} \cdot \sum_{i=1}^{22} |B_i|^2$$

#### ➔ Fonction objectif

La fonction objectif qui sera considérée par la suite, concentre les 3 objectifs donnés au paragraphe précédent.

Tableau 16 - Caractéristiques de la fonction objectif du problème

Identifiant	Unité	Valeur
OF	-	$\frac{B_{stray}^2}{B_{norm}^2} + \frac{ E - E_{ref} }{E_{ref}}$

## Cas test « n°22 »

Avec les valeurs de référence :  $E_{ref}=180.10^6$  J et  $B_{norm}=3.10^{-3}$  T.

Dans le cadre de cette optimisation, les valeurs des facteurs sont d'autant meilleurs que  $OF$  est faible.

### ➔ **Contrainte**

Il a été mentionné la « *quench condition* » permettant d'assurer le maintien de la supraconductivité.

Elle met en relation  $B_{max}$  (l'amplitude maximale de l'induction magnétique développée par le système) et  $J$  (la densité de courant dans les anneaux :  $J1$  ou  $J2$ ). Cette dépendance a été simplifiée et écrite sous la forme suivante :

$$J \leq (-6.4.B_{max} + 54) \quad [\text{A/mm}^2]$$

Puisque  $J=22.5$  A/mm<sup>2</sup>, cela revient donc à imposer :

$$B_{max} \leq 4.92 \quad [\text{T}]$$

Il s'agit donc d'une contrainte en valeurs atteintes.

Tableau 17 - Caractéristiques de la contrainte du problème

Contrainte	Unité	Description
$B_{max} \leq (54-J)/6.4 = 4.92$	T	Forme équivalente de la <i>quench condition</i>

### 3.1.3. Problème d'optimisation

Le problème d'optimisation est discret, puisque les 3 facteurs ( $R2$ ,  $h22$  et  $d2$ ) sont discrets.

La fonction objectif  $OF$  est une relation mathématique liant plusieurs réponses de base ( $E$  et  $B_{stray}^2$ ).

Il existe une fonction de contrainte, portant sur les valeurs de la réponse brute  $B_{max}$ .

## 3.2. Modèle éléments finis

Les figures suivantes donnent un aperçu du maillage construit sur la géométrie modélisée du dispositif.

Ce maillage est paramétré : la densité des éléments est fonction des valeurs des facteurs. Le nombre d'éléments et de nœuds donné en légende est donc purement indicatif.

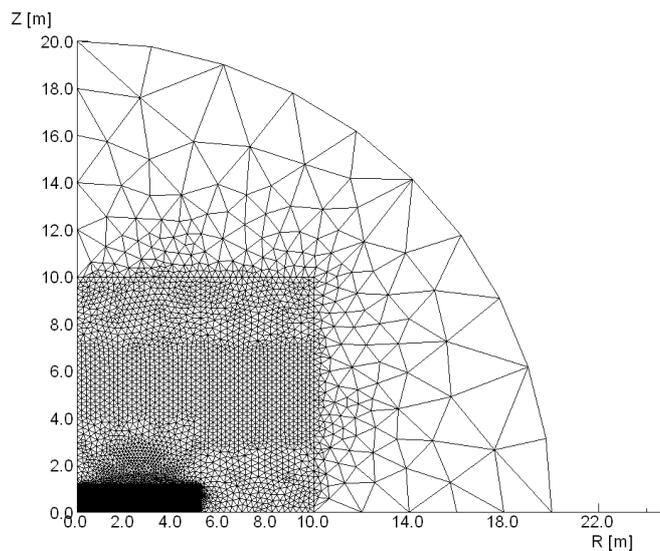


Figure 8 - Vue générale d'un modèle éléments finis du système de stockage d'énergie magnétique par anneaux supraconducteurs (OPERA 2D – 9950 éléments – 20083 nœuds)

## Cas test « n°22 »

La propriété d'axisymétrie du système a été prise en compte dans la modélisation. De plus, le plan  $z=0$  étant également un plan de symétrie, seule a été dessinée la partie du SMES correspondant aux valeurs positives de  $z$ .

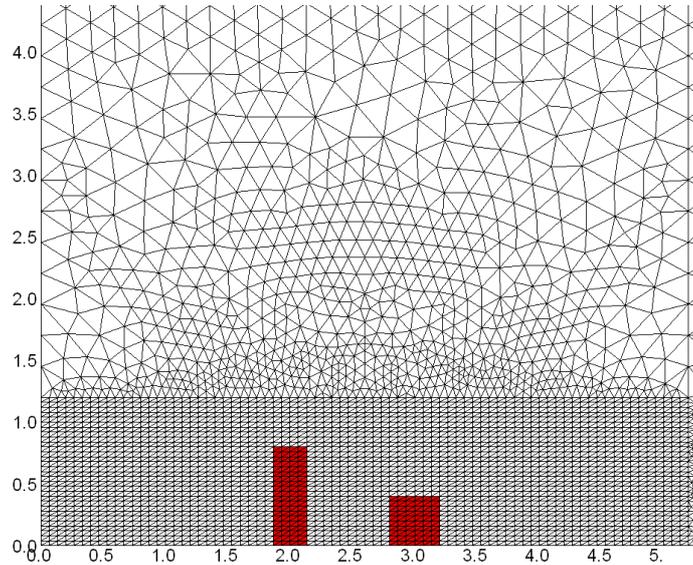


Figure 9 - Vue rapprochée d'un modèle éléments finis du système de stockage d'énergie magnétique par anneaux supraconducteurs

Etant donné le nombre de valeurs intermédiaires ( $N_m$ ) des 3 facteurs, les conditions optimales doivent être trouvées parmi les 1055349 combinaisons de leurs valeurs.

L'optimum global de ce problème d'optimisation a été obtenu par IGTE, en calculant la réponse  $OF$  pour l'ensemble de ces combinaisons [Cas test 22]. Les caractéristiques de ce point sont données dans le tableau ci-dessous.

Tableau 18 - Valeurs des facteurs et des réponses au meilleur point donné par IGTE

Valeurs	R2	b22	d2	OF	$B^2_{stray}$	E
IGTE	3.08	0.239	0.394	0.08802	$7.9138e-7$	180027700
personnelles				0.086458	$7.6955e-7$	179829000

La modélisation éléments finis utilisée ici n'étant pas la même que celle prise par IGTE, le calcul de la réponse  $OF$  au point  $\mathbf{x}_{optglob}$  n'a pas redonné exactement la valeur de  $y_{optglob}$  (valeur de  $OF$  en  $\mathbf{x}_{optglob}$ ).

Cela illustre l'existence effective d'une erreur expérimentale sur les expériences virtuelles.

Des calculs annexes ont permis de confirmer que  $\mathbf{x}_{optglob}$  restait un optimum (au moins localement) de la réponse  $OF$  calculée avec le modèle éléments finis présenté ici.

### 3.3. Calculs

Dans un premier temps, une analyse de screening est menée afin de déterminer l'influence des facteurs sur la fonction réponse.

Après cela, les conditions optimales sont recherchées. 2 approches seront utilisées ; elles mettront successivement en avant la construction de surfaces de réponse puis l'emploi de méthodes d'optimisation.

#### 3.3.1. Analyse de screening

Un plan factoriel complet a été réalisé. Les coordonnées des expériences ainsi que les valeurs correspondantes des réponses sont données ci-après.

## Cas test « n°22 »

Tableau 19 - Résultats numériques issus du plan factoriel complet

	R2	h22	d2	OF	E	B <sup>2</sup> <sub>stray</sub>	B <sub>max</sub>
1	3.4	1.1	0.4	523.958	1314340	0.0046589	7.4532
2	2.6	1.1	0.4	138.422	631633	0.0012232	8.7527
3	3.4	0.204	0.4	0.3091	195843	1.9897 .10 <sup>-6</sup>	4.1702
4	2.6	0.204	0.4	3.53707	132070	2.9437 .10 <sup>-5</sup>	5.2066
5	3.4	1.1	0.1	4.38244	190051	3.8939 .10 <sup>-5</sup>	3.8334
6	2.6	1.1	0.1	0.879081	117783	4.8009 .10 <sup>-6</sup>	3.6786
7	3.4	0.204	0.1	12.8177	184542	0.00011513	4.6823
8	2.6	0.204	0.1	16.7228	173419	0.00015018	4.5234

### ➔ Effets et modèle

Le calcul des effets permet de déduire la relation liant la réponse *OF* aux 3 facteurs *R2*, *h22* et *d2*.

$$\begin{aligned}
 OF = & 283.4957 + 47.7383 \times R2 + 79.2819 \times h22 + 78.9280 \times d2 + \dots \\
 & \dots + 49.5216 \times R2 \times h22 + 47.8387 \times R2 \times d2 + 85.3516 \times h22 \times d2 + \dots \\
 & \dots + 47.6694 \times R2 \times h22 \times d2
 \end{aligned}$$

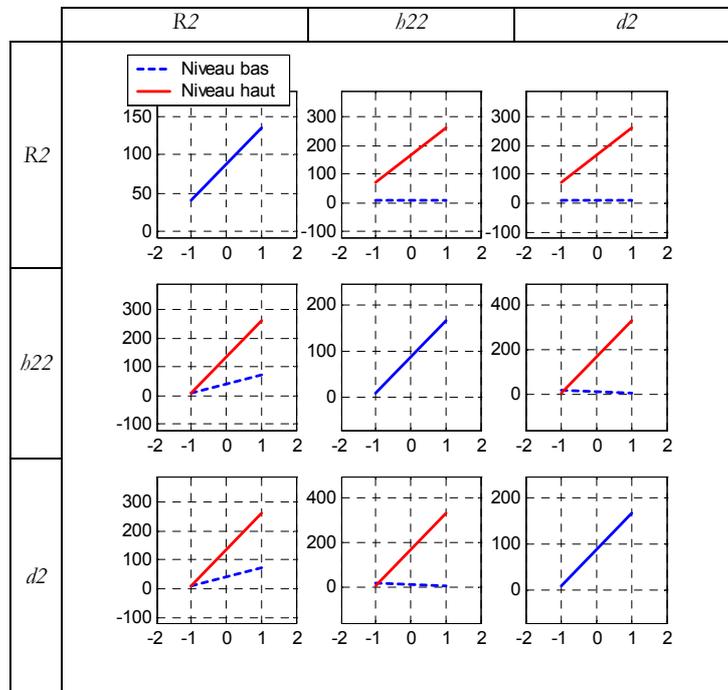
Cette relation fait apparaître la faiblesse du coefficient du facteur *R2* (47.7383) vis-à-vis ceux des 2 autres facteurs *h22* et *d2* (79.2819 et 78.9280 respectivement). Ainsi, en considérant l'ensemble du DE, ce premier facteur semble moins influent que les 2 autres. Cette conclusion se retrouve notamment dans [Zaoui 00].

On remarquera dans un second temps, que les coefficients des interactions sont du même ordre que ceux des facteurs principaux. Les corrélations entre facteurs seront donc certainement à prendre en compte.

La figure suivante donne une représentation graphique des effets principaux ainsi que des interactions d'ordre 2.

Tableau 20 - Représentation des effets et interactions d'ordre 2 des facteurs *R2*, *h22* et *d2*

(ex. : le graphique en première ligne et deuxième colonne représente l'effet du facteur *R2* pour les 2 valeurs du facteur *h22* (niveau bas et haut))



## Cas test « n°22 »

### ➔ Analyse de la variance

L'analyse de la variance a été réalisée sur les données numériques normées de la réponse *OF*.

Tableau 21 - Tableau d'analyse de variance

Sources de variation	ddl	Somme des carrés des écarts	Carrés moyens	$F_{obs}$	Probabilité $P$
facteur R2	1	18231.552	18231.552	0.63755	0.52725
facteur $h22$	1	50284.902	50284.902	1.7584	0.74466
facteur $d2$	1	49837.057	49837.057	1.7428	0.74284
Variation résiduelle	4	114385.59	28596.397		
Totaux	7	232739.1			

L'analyse rapide faite précédemment au vu des coefficients des effets et des interactions est confirmée par l'analyse de variance.

Les 2 facteurs  $h22$  et  $d2$  possèdent les 2 plus grandes probabilités ; celles-ci sont très proches. Le facteur R2 est en retrait.

Ces résultats étaient attendus puisque les sommes des carrés sont liées aux valeurs des effets, lorsque le nombre de niveaux ( $N_{n_i}$ ) pris par les  $k$  facteurs vaut 2.

Le modèle original étant saturé, la variation résiduelle a été construite à partir des termes d'interactions. La variance résiduelle correspondante a donc été calculée en utilisant les sommes des carrés des interactions, qui sont les images directes des effets correspondants.

Il a été vu plus haut que les effets des interactions étaient du même ordre que ceux des facteurs principaux. Par conséquent, il est logique de trouver une variance résiduelle également du même ordre que celles des facteurs principaux.

Cela explique les faibles probabilités obtenues pour chacun des 3 facteurs : la variance résiduelle est loin de représenter une composante de bruit.

Ainsi de manière absolue (et non pas relative), il n'est pas possible de conclure sur l'aspect significatif de chaque facteur.

Cette analyse de la variance n'apporte aucune information nouvelle, en raison de l'emploi d'une variation résiduelle inadéquate.

### 3.3.2. Optimisation

L'étude de screening n'ayant pu déterminer des facteurs non influents, et compte tenu de la forte corrélation entre les variables, les optimisations réalisées par la suite conserveront les 3 facteurs d'origine.

### ➔ Optimisation par utilisation de plans factoriels

Dans une première étape, la première des méthodes exhaustives (présentées dans le chapitre 2) est appliquée. Ce choix est principalement motivé par le faible coût demandé, qui est de plus connu avant le lancement des calculs.

Les résultats obtenus sont donnés ci-après.

Tableau 22 - Meilleures valeurs trouvées par l'algorithme d'optimisation par utilisation de plans factoriels

R2	$h22$	$d2$	$OF$	$B^2_{stray}$	$E$
3.2	0.876	0.1	0.152042	$7.2347 \cdot 10^{-7}$	167102000

Paramètres de calcul :

- Plan factoriel de base : plan fractionnaire  $2^{3-1}$  (4 expériences – résolution III) ;
- Nombre de points pris par chacun des 3 facteurs : 5 ;

Données sur les calculs :

- Nombre d'expériences réalisées : 63 ;
- Temps nécessaire aux calculs : 20 min 19s (ordinateur unique – Pentium III 600MHz – 256 Mo RAM) ;
- Meilleures valeurs trouvées à la 46<sup>ième</sup> expérience.

## Cas test « n°22 »

L'examen des résultats de cette méthode d'optimisation aboutit sur 2 remarques :

- le facteur  $R2$  a une influence faible et constante sur une partie du DE ;
  - la valeur trouvée de  $OF$  peut être améliorée, au regard de celle obtenue à l'optimum global  $\mathbf{x}_{optglob}$ .
- Ces 2 aspects sont traités successivement dans la suite.

### 3.3.2.1 Approche par simplification du problème

Cette partie montre que l'étude des résultats de l'optimisation précédente permet d'analyser l'influence des facteurs en chacun des sous-domaines le composant, et de simplifier éventuellement la définition du problème.

Cette approche « par simplification » est la plus naturelle car elle est logiquement amenée à nécessiter par la suite un nombre limité d'expériences. En cela, elle s'oppose à la démarche « complète » présentée au paragraphe suivant (§3.3.2.2).

#### ➔ Simplification du problème

Les calculs présentés précédemment ont fait apparaître la faiblesse de l'influence du facteur  $R2$ .

De plus, on peut montrer sa quasi constance sur une partie du domaine d'étude.

Pour cela, on réutilise les résultats obtenus grâce à l'optimisation par plans factoriels utilisée au début du paragraphe 3.3.2. .

Cet algorithme permet de réaliser un plan factoriel (fractionnaire  $2^{3-1}$  dans notre cas) dans chaque sous-domaine du DE.

On peut donc calculer les effets des  $k$  facteurs en chacun de ces sous-espaces. C'est ce qui a été fait ici. Les résultats sont donnés graphiquement par la figure suivante.

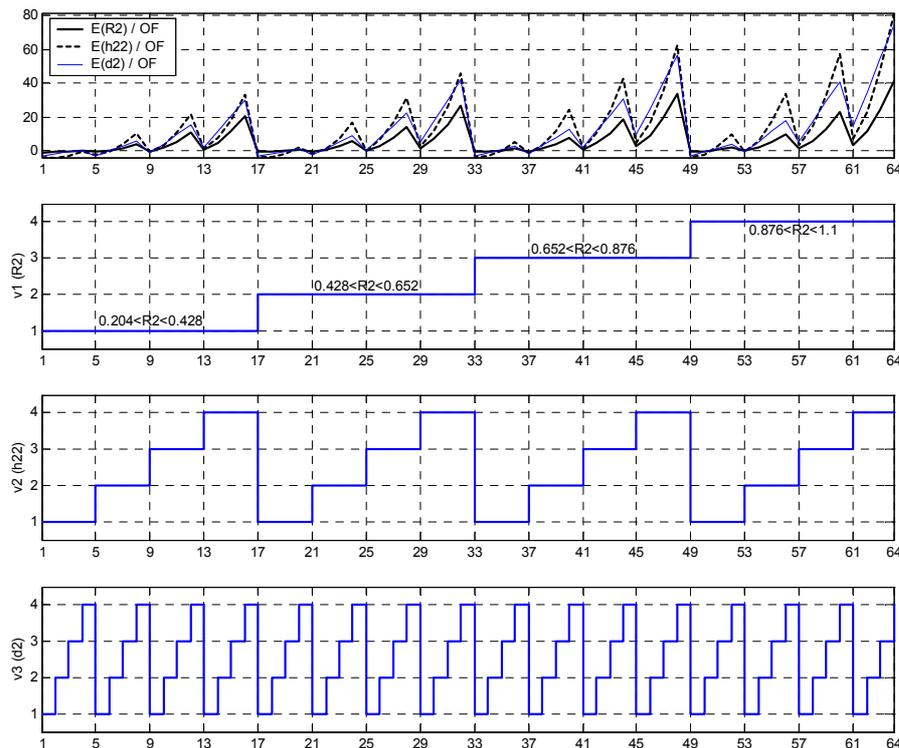


Figure 10 - Valeurs des effets des facteurs  $R2$ ,  $h22$  et  $d2$  sur la réponse  $OF$  (1<sup>er</sup> graphique - haut)  
 Position des sous-domaines selon  $R2$  (2<sup>ème</sup> graphique)  
 Position des sous-domaines selon  $h22$  (3<sup>ème</sup> graphique)  
 Position des sous-domaines selon  $d2$  (4<sup>ème</sup> graphique)

La figure précédente utilise les notions présentées dans le chapitre 2, au paragraphe 3.4.1. . Le domaine d'étude est scindé en  $N_{sd}=64$  sous-domaines, puisque le nombre de divisions par dimension est fixé à  $N_p=4$ .

## Cas test « n°22 »

Chaque sous-domaine est repéré par un vecteur à  $k=3$  éléments  $\mathbf{v}=[v_1 \ v_2 \ v_3]$ , où  $v_1$  est l'indice selon le facteur R2,  $v_2$  selon  $h22$  et  $v_3$  selon  $d2$ .

La Figure 10 donne ainsi la valeur des effets pour tous les  $N_{sd}$  sous-espaces, c'est-à-dire en fonction de toutes les combinaisons de valeurs entre  $v_1$ ,  $v_2$  et  $v_3$ .

L'intérêt de ces représentations est de faire apparaître les différences de variations des effets suivant certaines valeurs de  $\mathbf{v}$ , c'est-à-dire suivant les zones considérées du DE.

C'est ainsi que l'on voit une évolution quasiment nulle des valeurs de l'effet de R2, lorsque le facteur  $h22$  varie entre 0.204 et 0.652 (pour  $v_2$  valant 1 et 2) et quelles que soient les valeurs de  $v_1$  et de  $v_3$ .

Par conséquent, si l'on vient redéfinir les bornes de variation de  $h22$  à  $b_{inf}=0.204$  et  $b_{sup}=0.652$ , le problème d'optimisation peut être simplifié en supprimant la variable R2 pour la définition des calculs ultérieurs d'expériences.

En prenant la moyenne des valeurs des effets de R2 pour  $v_2=1$  et  $v_2=2$ , on obtient  $E_{R2} \approx 1.4107$ .

Il faut noter que R2 sera toujours pris en compte dans l'écriture du modèle liant la réponse OF aux facteurs, puisque son effet n'est pas nul mais seulement jugé comme constant.

On peut alors écrire la relation liant la réponse OF :

- au facteur R2 ;
- au modèle  $y_{mod}$  (qui sera à établir) liant cette même réponse aux 2 facteurs  $h22$  et  $d2$  uniquement ; ce modèle est calculé pour la valeur milieu de la plage de variation de R2, c'est-à-dire 3m.

$$OF = y_{mod}(h22, d2) + 3.50268.(R2 - 3)$$

### ➔ Modélisations

On rappelle que :

- le facteur R2 est fixé à la valeur constante 3m ;
- le facteur  $h22$  varie entre  $b_{inf}=0.204$  et  $b_{sup}=0.652$  ;

Le calcul de  $y_{mod}$  a été déduit de la réalisation d'un plan grille, à 11 niveaux par facteurs. Cela représente donc 121 expériences.

15 expériences ont été reprises de celles utilisées par l'optimisation par plans factoriels fractionnaires.

Les modèles calculés doivent prendre en compte l'existence de la contrainte en valeurs atteintes pour laquelle  $B_{max}$  ne doit pas dépasser 4.92 T. On donne ci-dessous sa représentation sans et avec l'application de cette contrainte.

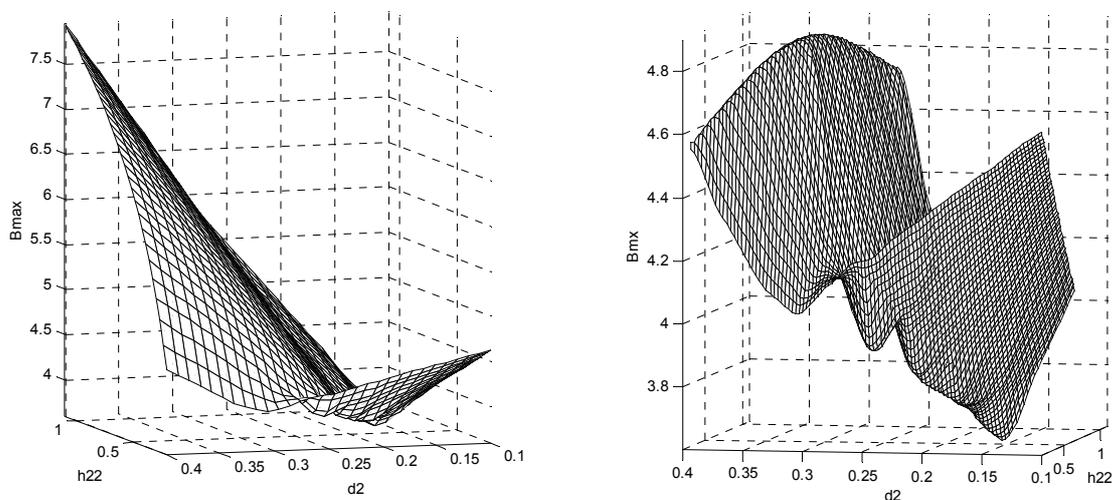


Figure 11 - Variations de la réponse  $B_{max}$  en fonction des facteurs  $h22$  et  $d2$   
Sans contrainte (gauche) – Avec contrainte (droite)

## Cas test « n°22 »

Lorsque la contrainte est considérée, la modèle des variations de la fonction réponse  $OF$  se présente de la manière suivante.

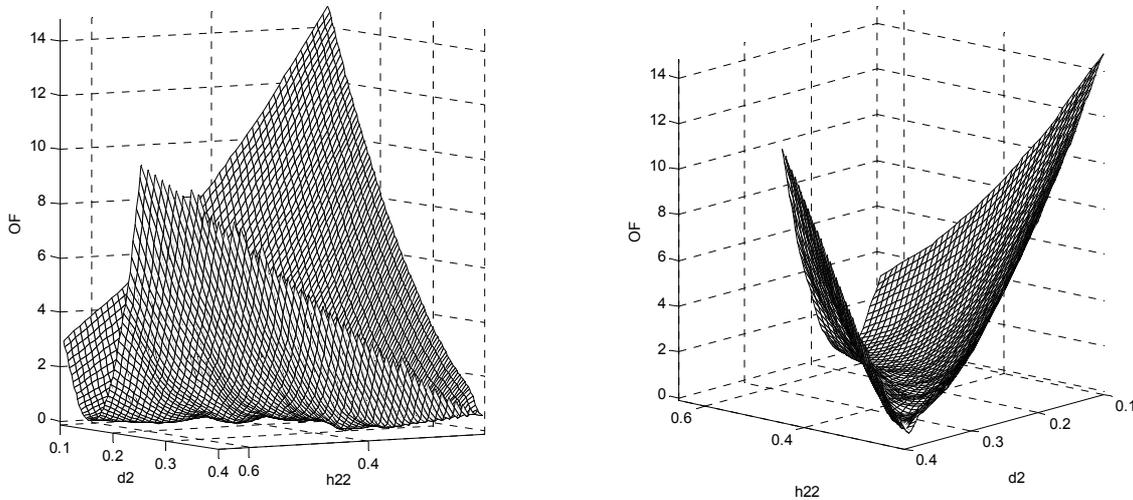


Figure 12 - Vues des variations de la fonction réponse  $OF$  en fonction des facteurs  $h22$  et  $d2$ , pour  $R2=3$

La localisation générale des valeurs minimales de la fonction réponse correspond donc à une vallée étroite et courbe, faisant intervenir toute la plage de variation des 2 facteurs, quelles que soient les valeurs de  $R2$ .

Les résultats des algorithmes utilisés précédemment ont en commun d'avoir trouvé des optima dans cette vallée.

L'évolution de  $OF$  en cet endroit n'est pas monotone : on y remarque en effet une succession de minima locaux. Cela constitue la très grande difficulté de ce problème d'optimisation. De là, il est extrêmement difficile de trouver l'optimum global de façon sûre, si la méthode d'optimisation ne revêt pas un caractère systématique. Une telle solution est présentée ci-dessous.

A défaut de trouver la meilleure valeur, la méthode des plans d'expériences constitue une solution éprouvée pour l'exploration, et donc la compréhension, de la fonction objectif étudiée.

On comprend ainsi, par l'examen des figures précédentes, que les meilleures valeurs de  $OF$  sont concentrées dans un espace relativement bien délimité.

Ainsi, par exemple, pour  $R2=3$ , il est possible de définir simplement une approximation empirique de cet ensemble de solutions, par la détermination de ses limites :

$$h_{22} \pm 0.05 \approx 2.207806 - 19.380145.d_2 + 81.654067.d_2^2 - 162.553502.d_2^3 + 120.594144.d_2^4$$

Avec  $0.1 \leq d_2 \leq 0.4$ .

## Cas test « n°22 »

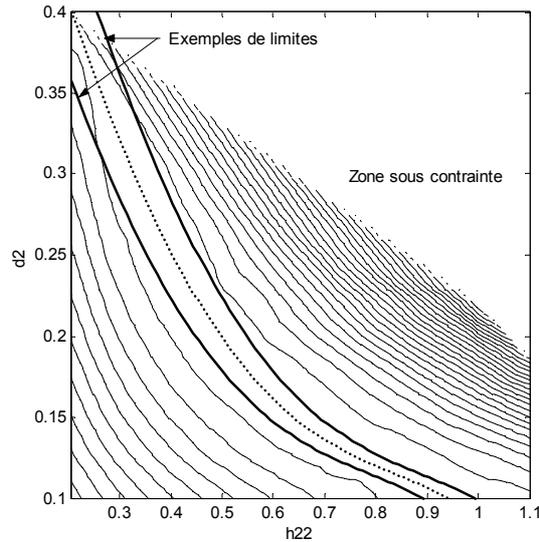


Figure 13 - Lignes de contours de la réponse  $OF$  tracées en fonction des facteurs  $h_{22}$  et  $d_2 - R_2=3$

Ainsi, pour une valeur de  $d_2$  dans son intervalle de variation initial, on fait correspondre un intervalle de valeurs pour  $h_{22}$  ( $h_{22} \pm 0.05$ ).

Pour tenir compte du facteur  $R_2$ , on peut compléter l'approximation précédente comme suit :

$$h_{22} \approx \left[ (2.207806 \pm 0.05) - 19.380145 \cdot d_2 + 81.654067 \cdot d_2^2 - 162.553502 \cdot d_2^3 + 120.594144 \cdot d_2^4 \right] - 0.8 \cdot (R_2 - 3)$$

L'évaluation de la fonction réponse sur l'ensemble des points placés entre les surfaces limites définies ci-dessus, peut ainsi constituer une solution à ce problème d'optimisation.

Enfin, on peut constater que le point de coordonnées  $\mathbf{x}_{optglob}$  appartient à l'ensemble précédemment défini. Cette démarche d'optimisation aboutit donc également à la détermination de cet optimum global.

### 3.3.2.2 Approche sans simplification

La résolution du problème d'optimisation est ici plus directe : elle ne se base plus sur une étude des variations de la fonction réponse par l'expérimentateur. Seuls sont appliqués ici des algorithmes d'optimisation automatiques et prenant en compte l'ensemble des facteurs.

#### ➔ Optimisation par modélisation globale

Dans une première étape, l'algorithme d'optimisation par modélisation globale (présenté au paragraphe 3.4.2. du deuxième chapitre) a été appliqué.

L'emploi de cette méthode permet de :

- construire une modélisation fiable de la fonction réponse  $OF$  suivant les valeurs des 3 facteurs ;
- trouver une réponse au problème d'optimisation.

Le tableau suivant donne la meilleure valeur de  $OF$  trouvée par cet algorithme.

Tableau 23 - Meilleures valeurs trouvées par l'algorithme d'optimisation par modélisation globale

$R_2$	$h_{22}$	$d_2$	$OF$	$B_{stray}^2$	$E$
3.0456	0.31688	0.30606	0.0988948	$7.2856 \cdot 10^{-7}$	176770000

Paramètres de calcul :

- Critères d'ajustement à respecter :  $R^2 \geq 0.99$  et  $R^2_e \geq 0.95$  ;
- Niveau de zooms minimum : 2 ;
- Niveau de zooms maximum : 5.

Données sur les calculs :

- Nombre d'expériences réalisées : 2184 ;

## Cas test « n°22 »

- Temps nécessaire aux calculs : 21h 40 min 56s (ordinateur unique – Pentium III 600MHz – 256 Mo RAM) ;
- Meilleures valeurs trouvées à la 366<sup>ième</sup> expérience.

Toutes les expériences réalisées sont parmi l'ensemble discret des points solution définis par les valeurs intermédiaires des 3 facteurs.



Les 2184 expériences réparties dans le DE permettent de représenter les réponses en fonction des 3 facteurs, par l'usage des surfaces d'iso-valeurs.

La figure suivante représente les variations de la réponse  $OF$  dans le DE. On rappelle que c'est la valeur minimale de  $OF$  qui est recherchée.

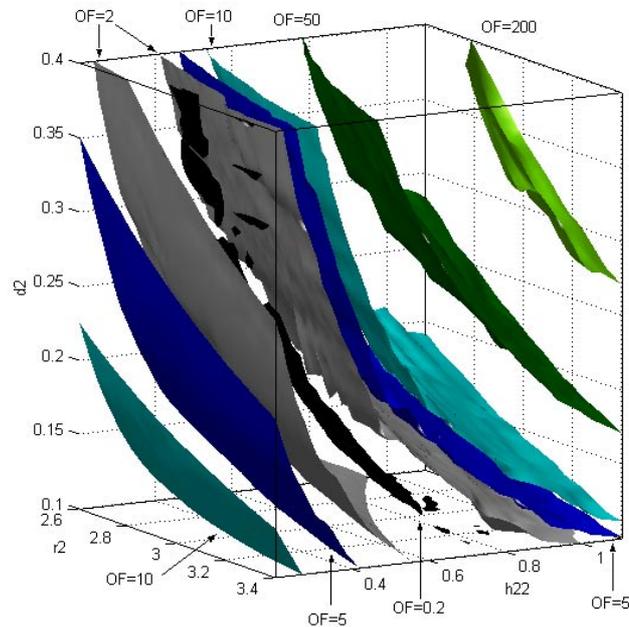


Figure 14 - Surfaces d'iso-valeurs de la fonction réponse  $OF$  en fonction des 3 facteurs  $R2$ ,  $h22$  et  $d2$

Quelques iso-surfaces de la réponse brute  $E$  sont tracées dans la figure ci-dessous. On notera particulièrement celle pour laquelle  $E=180 \cdot 10^6$  J.

## Cas test « n°22 »

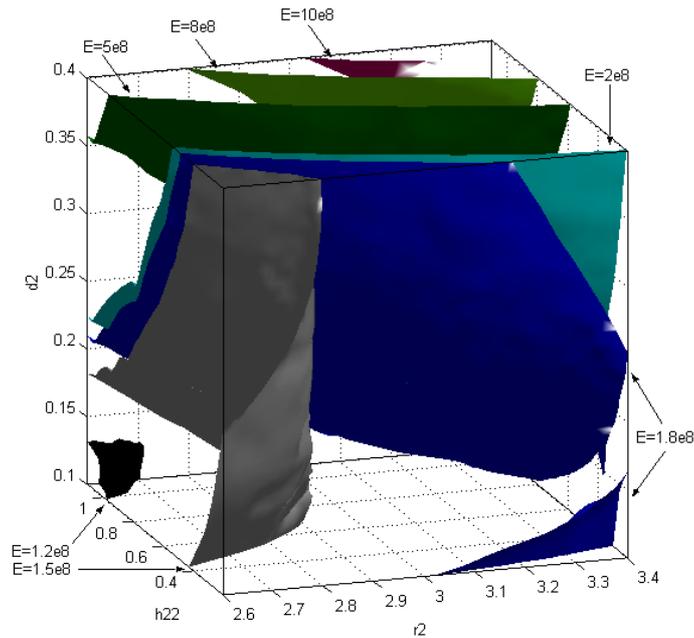


Figure 15 - Surfaces d'iso-valeurs de la réponse brute  $E$  en fonction des 3 facteurs  $R2$ ,  $h22$  et  $d2$

Enfin, on donne ci-dessous la représentation de 3 surfaces d'iso-valeurs de la réponse de base  $B_{\max}$ . La plus importante est celle où  $B_{\max}=4.92$  T : elle constitue la traduction graphique de la contrainte du problème (*quench condition*).

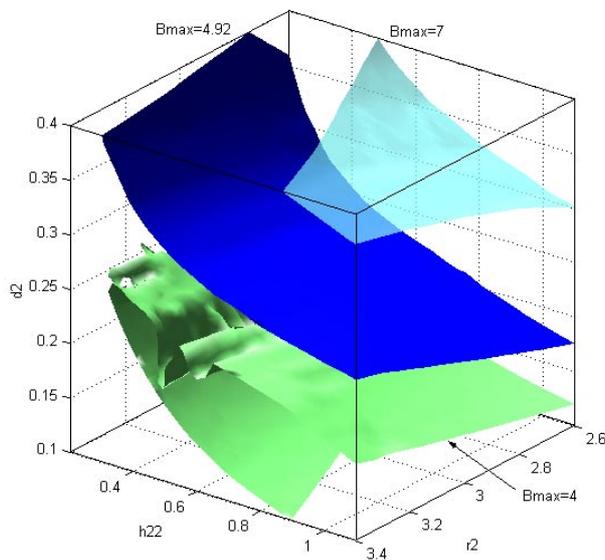


Figure 16 - Surfaces d'iso-valeurs de la réponse brute  $B_{\max}$  en fonction des 3 facteurs  $R2$ ,  $h22$  et  $d2$

Au vu des résultats obtenus et en comparaison avec la meilleure solution trouvée, un parcours sur grille autour de l'optimum a été effectué.

### ➔ *Poursuites par Parcours sur grille*

La méthode de glissements de plans sans calcul de modèles a été appliquée en prolongement de la technique employée précédemment.

## Cas test « n°22 »

Les résultats de ces nouveaux calculs sont donnés par le tableau suivant.

Tableau 24 - Meilleures valeurs trouvées par l'algorithme d'optimisation par glissements de plans sans modèle

$R2$	$b22$	$d2$	$OF$	$B^2_{stray}$	$E$
3.0962	0.29572	0.31515	0.0887581	$7.7774 \cdot 10^{-7}$	179578300

Paramètres de calcul :

- Point initial : [3.0456, 0.31688, 0.30606] (meilleur trouvé par l'algorithme de modélisation globale) ;
- Valeur du pas initial : 5 ;

Données sur les calculs :

- Nombre d'expériences réalisées : 115 ;
- Temps nécessaire aux calculs : 37 min 6s (ordinateur unique – Pentium III 600MHz – 256 Mo RAM) ;
- Meilleures valeurs trouvées à la 99<sup>ième</sup> expérience.

Vues la bonne précision obtenues sur les valeurs de  $OF$ , et étant donné le nombre d'expériences utilisées lors de cette approche sans simplification, ces résultats closent cette étude.

### 3.4. Conclusion

Deux approches ont été utilisées pour appréhender le problème d'optimisation du SMES. Elles découlent des résultats issus de l'application de la méthode exhaustive utilisant des plans factoriels fractionnaires.

La première procède par diminution du nombre des facteurs considérés. Cette opération est réalisée sur une moitié du DE initial ; elle s'appuie sur la constatation que le facteur  $R2$  a une influence faible et quasiment constante sur cette partie du domaine d'étude. Le calcul d'une surface de réponse sur l'espace bi-dimensionnel résultant fait alors apparaître, graphiquement notamment, la localisation des valeurs minimales de la réponse  $OF$ . Elles se situent dans une vallée courbe formée d'une succession de minima.

La seconde approche est plus directe. Elle utilise un algorithme exhaustif de modélisation globale dans le domaine d'étude défini par les 3 facteurs.

La meilleure valeur de  $OF$  trouvée au cours de cette étude ne diffère de celle de l'optimum global que de 2.66%.

A défaut de trouver exactement cet optimum global, l'application de la méthode des plans d'expériences a permis d'évaluer les influences relatives des facteurs, d'explorer le domaine d'étude et de là de comprendre les variations de la fonction réponse  $OF$  au sein de ce DE pour localiser les zones de meilleures valeurs.

## 4. Frein linéaire à courants de Foucault

---

### 4.1. Descriptions

#### 4.1.1. Dispositif

La modélisation et l'optimisation d'un frein linéaire à courants de Foucault (FLCF) pour usages ferroviaires, sont ici présentées. Cette étude a été réalisée en partenariat avec la société Alstom-Transport ; elle a suscité de nombreuses publications, comme par exemple [Hecquet 01] et [Vivier 00].

##### ➔ *Contexte et description*

Dans les transports ferroviaires, le matériel roulant doit de plus en plus permettre une augmentation du débit des voyageurs. Pour cela, des matériels 2 niveaux ont été créés entraînant une forte charge à l'essieu et les vitesses ont été augmentées ce qui nécessite une forte motorisation et surtout une forte capacité de freinage. Les équipements de freinage actuels, tel le frein à friction, composant l'architecture frein d'une rame, doivent donc dissiper des énergies considérables et atteignent dans certaines conditions d'exploitation leurs limites (échauffements excessifs des roues).

La stratégie de freinage d'une rame repose dès lors sur l'emploi au maximum des capacités des freins dits sans usure et indépendants de l'adhérence roue-rail (frein électrique). Les freins à courant de Foucault répondent pleinement à ces deux critères [Wiat 73].

Ils peuvent être utilisés notamment en freinage de service, qui représente la majorité des freinages, de façon optimale sur une plage de vitesses étendue en conjugaison avec les autres types de freins (moindres sollicitations pour les freins à friction). Un tel dispositif, sans usure, permettrait des gains pour le constructeur et pour les exploitants.

De nombreuses publications allemandes, japonaises et coréennes dans les revues scientifiques internationales témoignent d'une activité certaine de recherche et de développement sur ce sujet [Wang 01] [Hofmann 99] [Chun 98] [Fujita 98] [Albertz 96].



Ce dispositif se présente comme une succession de pôles identiques portant chacun une bobine de conducteurs parcourus par un courant continu.

Il est placé par paire sur certains bogies (un au-dessus de chaque rail), de préférence accroché sur les essieux afin de ne pas être soumis aux mouvements des rames elles-mêmes.

##### ➔ *Principe de fonctionnement*

Le principe de fonctionnement repose sur les courants induits dans le rail créés par un champ magnétique d'amplitude variable.

Relativement au rail, le frein électromagnétique (*l'inducteur*) est soumis à un déplacement (celui du train qui le porte) ; dans le même temps, chaque pôle le composant crée un champ d'amplitude fixe. Le rail (*l'organe de réaction* ou *induit*) voit donc apparaître un champ magnétique d'amplitude variable. Cela implique l'apparition de courants induits dans la masse métallique du rail : ce sont des courants de Foucault [Bigeon 84] [Stoll 74] [Lammer 66].

L'interaction entre le champ inducteur et les courants induits crée une force dite de Lorenz qui s'oppose à la cause qui lui a donné naissance. La direction de cette force suit la règle de Laplace.

On peut distinguer dans cette force 2 composantes, suivant leur orientation :

- une composante parallèle au rail, de sens opposé à celui de déplacement du train  
Il s'agit d'une force retardatrice sur l'organe en mouvement, elle est appelée *force de freinage* ;
- une composante normale au rail, dirigée du rail vers l'extérieur  
Il s'agit d'une composante visant à éloigner l'inducteur de l'induit, elle est appelée *force de répulsion* ;

Enfin, de façon indissociable et permanente, un *effort d'attraction* magnétique vertical s'exerce entre l'inducteur et le rail.

## Frein linéaire à courants de Foucault

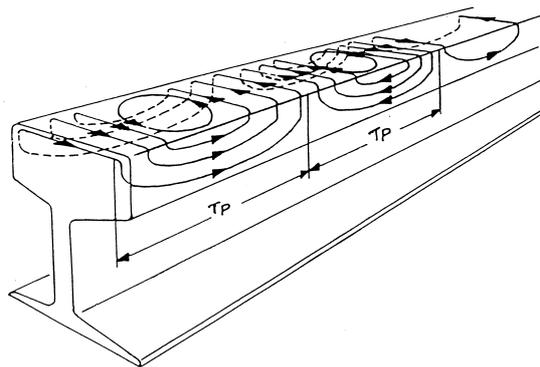


Figure 17 - Représentation du parcours des courants de Foucault induits dans le rail  
(la grandeur  $\tau_P$  correspond au double de la variable liée (*pas*) définie au §4.1.2.)

### ➔ Objectifs de l'étude

L'objectif est d'obtenir une force de freinage suffisante (supérieure à 7.5 kN à partir de 50km/h) sur une large plage de vitesse en respectant les contraintes d'encombrement total et de maintien de la force d'attraction à un niveau acceptable (inférieure à 10 kN à faible vitesse).

Une étude analytique de ce dispositif est impossible sans simplifications majeures, par contre la simulation numérique permet de prendre en considération les phénomènes suivants :

- l'effet de peau ;
- les trajectoires des courants induits ;
- la réaction magnétique d'induit ;
- la saturation des matériaux ;
- la géométrie réelle du dispositif.

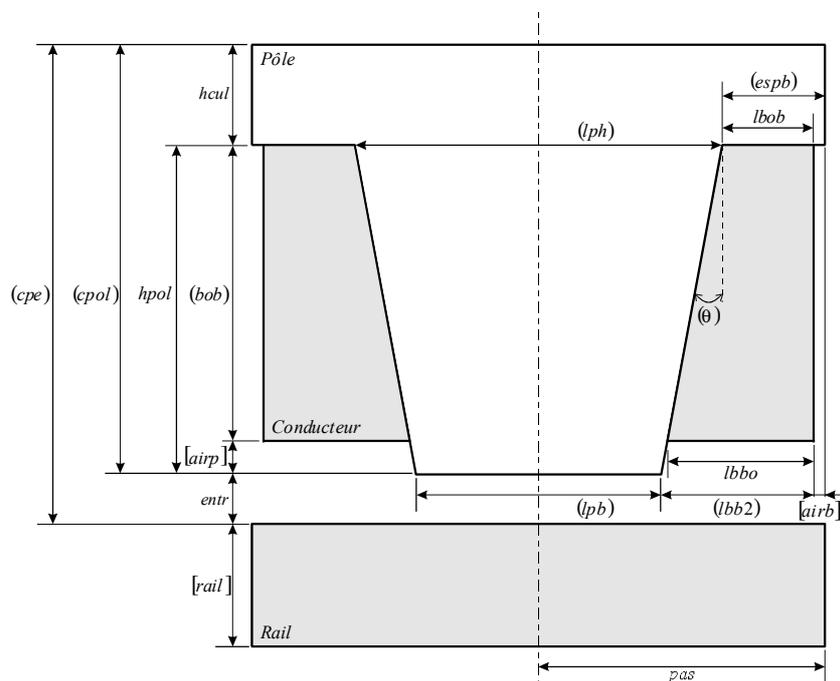


Figure 18 - Représentation schématique en coupe d'un pôle du frein linéaire à courants de Foucault et de la partie supérieure du rail

# Frein linéaire à courants de Foucault

## 4.1.2. Variables

### ➔ Constantes

Tableau 25 - Caractéristiques des constantes du problème

Identifiant	Valeur	Unité	Description
<i>airb</i>	3	mm	Espace entre les bobines de pôles différents
<i>airp</i>	6	mm	Différence de hauteur entre la bobines et le pôle
<i>rail</i>	50	mm	Hauteur de la partie supérieure du rail
<i>lfre</i>	<i>imposée</i>	mm	Longueur totale du frein électromagnétique
<i>NI<sub>tot</sub></i>	120000	A.t	f.m.m. totale imposée aux conducteurs
<i>S<sub>fil</sub></i>	25	mm <sup>2</sup>	Section d'un fil de conducteur

La longueur totale *lfre* du dispositif est imposée ; sa valeur numérique ne peut être ici mentionnée pour des raisons de confidentialité.

L'optimisation du frein se fait donc en considérant un encombrement déterminé et invariant.

### ➔ Facteurs

Tableau 26 - Caractéristiques des facteurs du problème

Identifiant	Type	Unité	<i>b<sub>inf</sub></i>	<i>b<sub>sup</sub></i>	<i>N<sub>vi</sub></i>	$\pi_r$	Description
<i>npol</i>	discret	-	6, 8 ou 10				Nombre de pôles composant le frein
<i>b<sub>cul</sub></i>	continu	mm	30	60	61	0.5	Hauteur de la culasse du frein
<i>prct</i>	continu	(%)	0	30	61	0.5	Pourcentage de ( <i>lpb</i> ) ajouté à ( <i>lpb</i> ) pour l'obtention de ( <i>lpb</i> )
<i>J</i>	continu	A/mm <sup>2</sup>	6	8	5	0.5	Densité de courant dans les bobines
<i>entr</i>	continu	mm	7	9	5	0.5	Espace entre le bas du pôle et le rail
<i>h<sub>pol</sub></i>	continu	mm	81	101	41	0.5	Hauteur du pôle

Les 2 facteurs suivants ont été introduits au cours de l'étude.

Identifiant	Type	Unité	<i>b<sub>inf</sub></i>	<i>b<sub>sup</sub></i>	<i>N<sub>vi</sub></i>	$\pi_r$	Description
$\sigma$	discret	S/mm	300 ou 2000				Conductivité du rail
<i>vitesse</i>	discret	m/s	50, 100, 200, 300 ou 400 ( <i>modèle 2D</i> ) 45 ou 90 ( <i>modèle 3D</i> )				Vitesse du train et donc du frein

### ➔ Variables liées

Les dimensions *lbbo* et *lbb* sont liées entres elles par la relation :

$$(S) = \frac{1}{2} \cdot (lbb + lbbo) \cdot (hpol - [airp])$$

On comprend, que pour une valeur de *hpol* donnée, il existe une infinité de solutions liant *lbb* et *lbbo*.

On veillera toutefois à respecter  $lbb \leq lbbo$ , le cas de figure où la largeur basse du pôle est supérieure à la largeur haute ayant été écarté de l'étude.

Il est à noter qu'il faut également  $(lbb2) < (pas)$ .

De manière plus générale, il est bien évident que (*lpb*) ne doit pas être pas trop petit afin de justifier d'une efficacité de la part du frein.

Le but ici est d'établir une relation liant ces deux grandeurs, afin de simplifier la conception de la géométrie du frein.

La solution adoptée dans notre étude consiste à donner à *lbp* la valeur de *lbb* moins un pourcentage fixé *prct* (0%, 15% ou 30% par exemple) de cette même distance :

$$(lpb) = (lbb) \cdot (1 - prct)$$

## Frein linéaire à courants de Foucault

Cette relation permet d'aboutir aux écritures suivantes :

$$(l_{bob}) = \frac{C - B}{A + 1}$$

$$(l_{bbo}) = C - (l_{bob})$$

Avec  $A = 1 - \frac{prct}{1 + \frac{[airp]}{(bob)}}$ ,  $B = prct \cdot \frac{(pas) - [airb]}{1 + \frac{[airp]}{(bob)}}$  et  $C = \frac{2 \cdot (S)}{h_{pol} - [airp]}$ .

Tableau 27 - Caractéristiques des variables liées du problème

Identifiant	Valeur	Unité	Description
(l <sub>bbo</sub> )	<i>Voir ci-dessus</i>	mm	Largeur basse de bobine
(l <sub>bob</sub> )		mm	Largeur haute de bobine
(p <sub>b</sub> )	$2 \cdot ((pas) - [airb]) - (l_{b2})$	mm	Largeur basse du pôle
(p <sub>h</sub> )	$2 \cdot ((pas) - [airb]) - (l_{bob})$	mm	Largeur haute du pôle
(bob)	$h_{pol} - [airp]$	mm	Hauteur de la bobine
(esp <sub>b</sub> )	$(l_{bob}) + [airb]$	mm	Largeur haute maximum de bobine
(c <sub>pe</sub> )	$h_{pol} + entr + bc_{ul}$	mm	Distance du haut du frein à la surface du rail
(c <sub>pol</sub> )	$h_{pol} + bc_{ul}$	mm	Hauteur totale du frein
(l <sub>b2</sub> )	$(l_{bbo}) + [airp] \cdot \tan(\theta)$	mm	Approximation supérieure de la largeur basse de bobine
(θ)	$\text{atan}(((l_{bbo}) - (l_{bob})) / (bob))$	rad	Pente prise par les parois du pôle
(pas)	$[l_{fre}] / (2 \cdot npol)$	mm	Valeur moitié du pas polaire
(NI <sub>pp</sub> )	$[NI_{tot}] / npol$	A.t	Nombre d'ampère-tours par pôle
(S)	$(NI_{pp}) / J$	mm <sup>2</sup>	Section d'une bobine pour un pôle
(S <sub>tot</sub> )	$(S) \cdot npol$	mm <sup>2</sup>	Section totale des bobines du frein pour tous les pôles
(N)	$(S) / [S_{fil}]$	-	Nombre de spires par pôle
(I)	$(NI_{pp}) / (N)$	A	Intensité circulant dans les bobines

Le nombre d'ampères-tours totaux [NI<sub>tot</sub>] pour l'alimentation du frein est constant et fixé à 120000 A.t. A partir de cette hypothèse, on peut déduire les valeurs des principales variables liées relatives à l'alimentation électrique du dispositif, pour différentes valeurs des facteurs npol et J.

Tableau 28 - Exemples de valeurs prises par principales grandeurs électriques du dispositif, pour plusieurs valeurs des facteurs npol et J

npol	J	NI <sub>pp</sub>	(S)	(S <sub>tot</sub> )	(N)	(I)
6	6	20000	3333	20000	133	150
	8	20000	2500	15000	100	200
8	6	15000	2500	20000	100	150
	8	15000	1875	15000	75	200

### ➔ Réponses brutes

Identifiant	Unité	Description
F <sub>brake</sub>	N/mm	Amplitude de la force de freinage développée par le frein
F <sub>attr</sub>	N/mm	Amplitude de la force d'attraction du rail développée par le frein

La réponse F<sub>attr</sub> considérée ici comprend en réalité 2 composantes :

- la force d'attraction développée par le FLCF sur le rail ;
- la force de répulsion développée par le rail sur le FLCF, due à l'existence des courants de Foucault.

#### 4.1.3. Problème d'optimisation

Le problème est mixte, étant donné la présence de facteurs continus et discrets.

Aucune contrainte n'est définie.

Comme il sera vu plus loin, le problème d'optimisation est typiquement multi-objectifs.

## 4.2. Modèles éléments finis

2 modèles éléments finis ont été utilisés dans cette étude.

Le premier est en 2D. Il ne prend en compte qu'un seul pôle. La succession des pôles est prise en considération par la spécification de conditions de périodicité.

Par ce moyen, il n'est pas possible d'imposer un nombre défini de pôles : la modélisation revient à prendre en compte une infinité de pôles. Par conséquent, les effets de bord concernant le frein lui-même ne sont pas considérés.

De là, l'utilisation d'un modèle 2D du dispositif implique que :

- les résultats issus des simulations concernent toujours ce pôle unique ;
- certaines grandeurs calculées, tels que les forces développées, sont linéiques, c'est-à-dire calculées par unité de largeur (le millimètre ici) du rail.

Chaque simulation utilisant ce modèle éléments finis dure approximativement 21 secondes, sur un PC Pentium III 800 Mhz avec 2 Go de mémoire RAM.

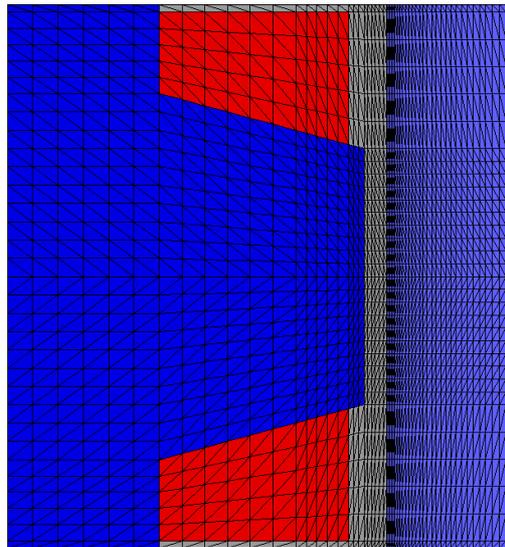


Figure 19 - Vue d'un modèle éléments finis 2D du frein linéaire à courants de Foucault (OPERA 2D – 3584 éléments – 1881 nœuds)

Le second modèle éléments finis est volumique. Tel que le montre la figure suivante, il prend en compte concrètement les *n* pôles. Les effets d'extrémités sont donc pris en compte. De plus, le rail étant modélisé, sa largeur est naturellement prise en considération dans le calcul des forces : celles-ci se trouvent donc ici exprimées en N (et non plus en N/mm).

Le temps de simulation avec ce modèle est de l'ordre de 10 à 15 heures suivant la vitesse de déplacement imposée.

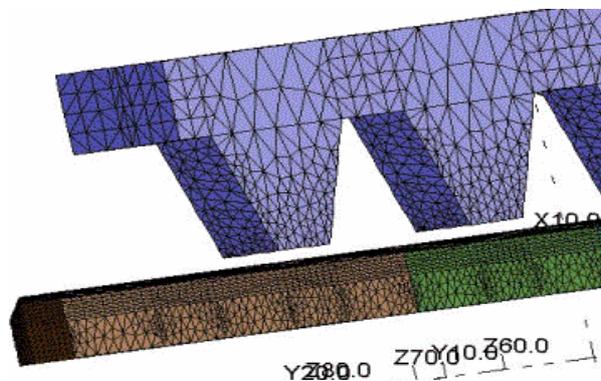


Figure 20 - Vue d'un modèle éléments finis 3D du frein linéaire à courants de Foucault (OPERA 3D)

## *Frein linéaire à courants de Foucault*

A titre d'information, on donne ci-après l'allure des courbes B-H de première aimantation caractérisant les matériaux composant la culasse, les pôles et le rail.

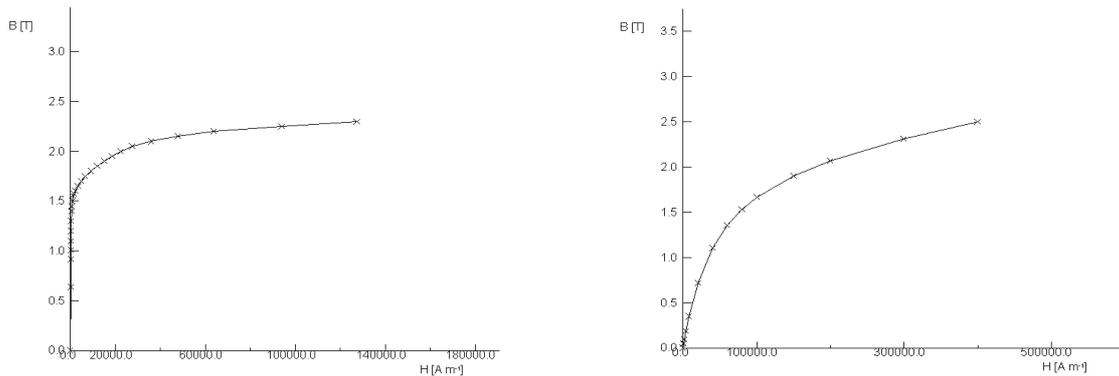


Figure 21 - Courbes B-H de première aimantation utilisées dans les modélisations éléments finis  
Culasse et pôles (*gauche*) – Rail (*droite*)

Quel que soit le modèle éléments finis, la force de freinage est déduite de la force de Lorenz et la force d'attraction du tenseur de Maxwell.

### 4.3. Calculs

Cette étude est décomposée en 2 parties.

Dans un premier temps, et dans le souci naturel de réduire les temps de calcul, une étude 2D est effectuée en supposant la largeur du rail infinie.

Après quoi, dans une seconde étape, un modèle éléments finis 3D est utilisé, afin de confronter certains résultats de l'étude précédente. Cela conduit alors à déterminer les différences entre les modèles à 2 et 3 dimensions.

#### 4.3.1. Utilisation du modèle éléments finis 2D

##### 4.3.1.1 Analyse de screening

Dans un premier temps, une analyse de screening est menée.

Cette étude est réalisée en fixant :

- la vitesse du train (facteur *vitesse*) à 50 km/h ;
- la conductivité du rail (facteur  $\sigma$ ) à 2000 S/mm.

Les expériences réalisées sont celles indiquées par un plan factoriel complet  $2^6$ . Les 64 simulations ont été opérées en approximativement 23 minutes (PC Pentium 800Mhz avec 2 Go de RAM).

Dans ce qui suit, les analyses des résultats sont dans un premier temps faites pour chacune des 2 réponses considérées dans ce problème : la force de freinage et la force d'attraction. Une synthèse vient alors résumer les influences diverses des facteurs sur les 2 réponses.

##### 4.3.1.1.a FORCE DE FREINAGE

##### ➔ Effets

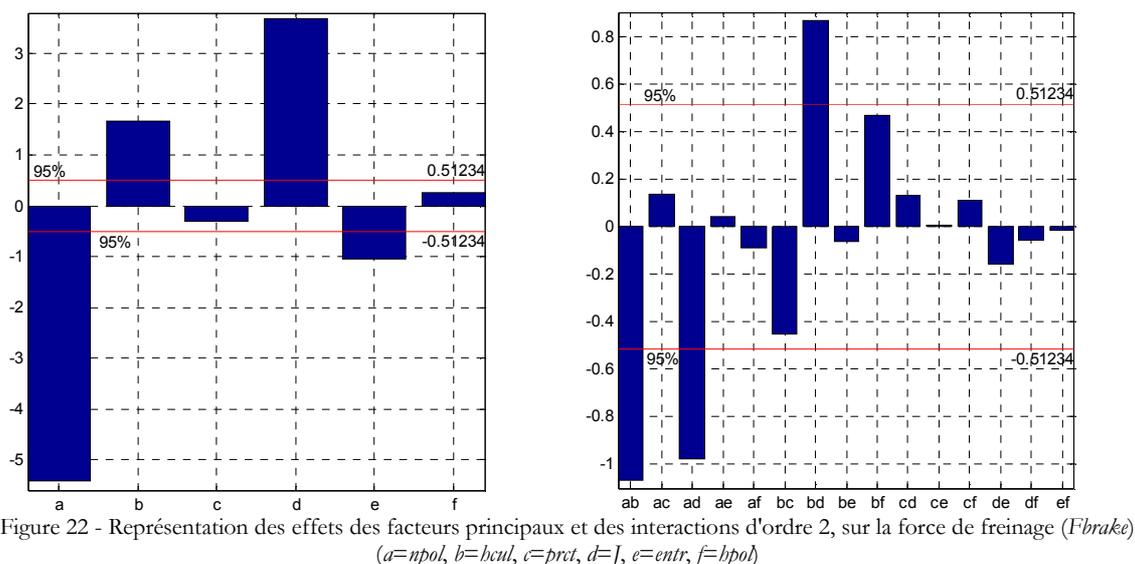
Le tableau suivant donne les valeurs des effets principaux des 6 facteurs.

Tableau 29 - Valeurs des effets des facteurs principaux  
(réponse  $F_{brake}$ )

Facteurs	<i>npol</i>	<i>bcul</i>	<i>prct</i>	<i>J</i>	<i>entr</i>	<i>lpol</i>
Effets	-5.4184	1.6575	-0.31434	3.6914	-1.0422	0.24757

## Frein linéaire à courants de Foucault

Ces mêmes effets ainsi que ceux des interactions d'ordre 2 peuvent être représentés comme suit.



On note ainsi la très nette influence du nombre de pôles ( $npol$ ) sur la force de freinage. Quantitativement, elle est approximativement 3 fois plus importante que celle de la hauteur de culasse ( $hcul$ ) et 5 fois plus forte que celle du facteur entrefer ( $entr$ ) dans le domaine considéré.

La densité de courant  $J$  est également un facteur clairement significatif.

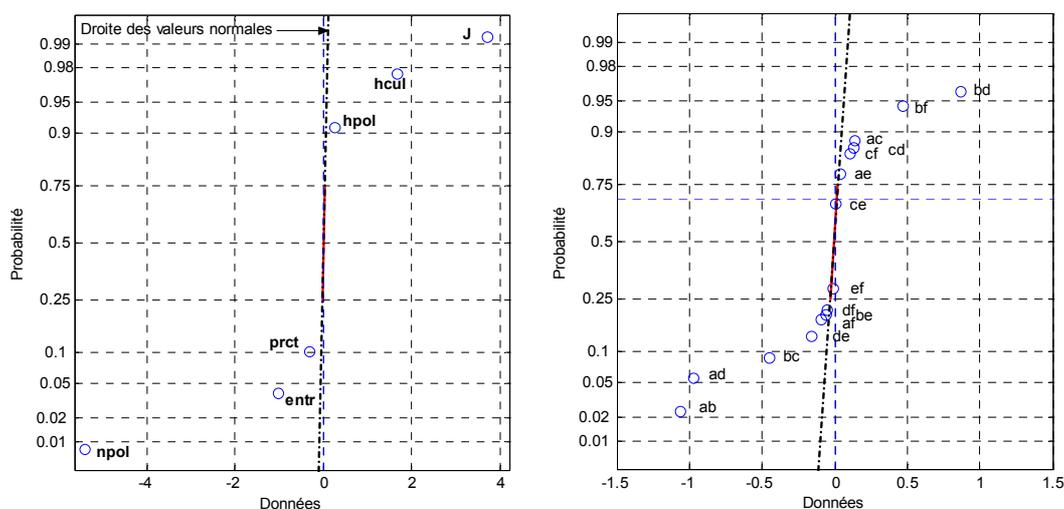
La réduction de bas de pôle ( $prct$ ) ainsi que la hauteur de pôle ( $hpol$ ) sont jugées non influentes à un niveau de signification de 95%.

Les principales interactions entre les facteurs principaux jugés significatifs, apparaissent également influentes. C'est ainsi que, pour le même niveau de signification, il faut retenir les interactions :

- entre le nombre de pôles ( $npol$ ) et la hauteur de culasse ( $hcul$ ) ;
- entre le nombre de pôles ( $npol$ ) et la densité de courant ( $J$ ) ;
- la hauteur de culasse ( $hcul$ ) et la densité de courant ( $J$ ).

On notera également l'interaction non négligeable entre la hauteur de culasse ( $hcul$ ) et la hauteur de pôle ( $hpol$ ), sachant que l'effet de ce dernier facteur était jugé non influent.

L'examen des graphes de Daniel aboutit aux mêmes remarques.



## Frein linéaire à courants de Foucault

### ➔ Analyse de variance

Le tableau suivant donne les valeurs des sommes des carrés des écarts, pour les facteurs principaux et leurs interactions.

Les sommes correspondant aux facteurs principaux et les plus importantes des interactions sont indiquées en gras.

Tableau 30 - Valeurs des sommes des carrés des écarts, pour les facteurs et leurs interactions (réponse *Fbrake*)

	SCE		SCE		SCE		SCE
<b>a</b> ( <i>npol</i> )	<b>1879</b>	ce	0.003561	bce	0.0093033	acdf	0.062157
<b>b</b> ( <i>hcul</i> )	<b>175.83</b>	cf	0.73992	bcf	1.1833	acef	0.00063712
<b>c</b> ( <i>pret</i> )	<b>6.3236</b>	de	1.6457	bde	0.040973	adef	0.0006399
<b>d</b> ( <i>J</i> )	<b>872.1</b>	df	0.20555	bdf	1.3428	bcde	2.0668e-005
<b>e</b> ( <i>entr</i> )	<b>69.521</b>	ef	0.01716	bef	0.022627	bcdf	0.00012429
<b>f</b> ( <i>hpol</i> )	<b>3.9227</b>	abc	4.9557	cde	0.010338	bcef	0.0017155
<b>ab</b>	<b>72.384</b>	abd	<b>17.038</b>	cdf	0.16093	bdef	0.0013637
ac	1.1545	abe	0.0098047	cef	3.8953e-005	cdef	0.0001032
<b>ad</b>	<b>61.111</b>	abf	3.1637	def	0.00093307	abcde	0.00025772
ae	0.10268	acd	0.040455	abcd	0.60645	abcdf	5.754e-006
af	0.53585	ace	0.014275	abce	0.00069676	abcef	0.00029864
<b>bc</b>	<b>12.997</b>	acf	0.015175	abcf	0.3304	abdef	9.128e-006
<b>bd</b>	<b>47.8</b>	ade	0.00087224	abde	0.00060916	acdef	7.5842e-005
be	0.24784	adf	0.072809	abdf	0.13776	bcdef	9.6285e-007
<b>bf</b>	<b>14.018</b>	aef	0.0060379	abef	0.00030901	abcdef	5.4298e-005
cd	1.0781	bcd	1.3251	acde	0.0017201	<b>Total</b>	3251.2513

Les SCE n'étant pas inscrites en gras sont utilisées pour le calcul de la variance résiduelle.

Tableau 31 - Tableau d'analyse de variance (réponse *Fbrake*)  
avec prise en compte des interactions significatives

Sources de Variation	ddl	Somme des carrés des écarts	Carrés moyens	$F_{obs}$	Probabilité P
facteur <i>npol</i>	1	1878.951	1878.951	4977,757	≈1
facteur <i>hcul</i>	1	175.827	175.827	465,8	≈1
facteur <i>pret</i>	1	6.324	6.324	16,752	0,999848029
facteur <i>J</i>	1	872.105	872.105	2310,326	≈1
facteur <i>entr</i>	1	69.521	69.521	184,172	≈1
facteur <i>hpol</i>	1	3.923	3.923	10,392	0,99779094
interaction <i>npol</i> - <i>hcul</i>	1	72,384	72,384	191,756	≈1
interaction <i>npol</i> - <i>J</i>	1	61,111	61,111	161,892	≈1
interaction <i>hcul</i> - <i>pret</i>	1	12,997	12,997	34,431	0,99999967
interaction <i>hcul</i> - <i>J</i>	1	47,8	47,8	126,629	≈1
interaction <i>hcul</i> - <i>hpol</i>	1	14,018	14,018	37,136	0,999999854
interaction <i>npol</i> - <i>hcul</i> - <i>J</i>	1	17,038	17,038	45,136	0,999999985
Variation résiduelle	51	19.251	0.377		
Totaux	63	3251.251			

Au niveau de signification de 95%, tous les facteurs sont jugés significatifs.

La faiblesse de la variance résiduelle induit les fortes probabilités des facteurs et interactions indiquées dans la dernière colonne de ce tableau. La même remarque aurait certainement été identique si la variance expérimentale avait été utilisée pour former la variance résiduelle.

Cette ANOVA n'est donc clairement d'aucun intérêt, puisqu'elle ne permet de rejeter aucun facteur principal de l'étude. Ainsi, elle n'apporte aucune information supplémentaire par rapport au calcul des effets des facteurs et de leurs interactions.



Dans ce contexte, il semble plus intéressant « d'inverser » cette analyse de variance, c'est-à-dire non plus de déterminer les facteurs influents relativement à une variance résiduelle donnée, mais de calculer les

## Frein linéaire à courants de Foucault

valeurs limites de la variance résiduelle pour lesquelles chacun des facteurs et des interactions devient influent.

Pour cela, il faut reprendre la définition de l'effet limite, introduite dans le premier chapitre au paragraphe 4.4.2.2., pour la représentation des effets par histogrammes. On rappelle cette relation, pour un terme  $x$  quelconque (un facteur principal ou une interaction) :

$$E_{x,lim} = \pm \sqrt{\frac{F_s}{N} \cdot \frac{ddl_x}{ddl_r} \cdot SCE_r}$$

Il a été vu également que l'égalité suivante est vraie lorsque le nombre de niveaux pris par chaque facteur pour la définition du plan d'expériences vaut 2 :

$$SCE_x = N \cdot E_x^2$$

Cette dernière relation est applicable en particulier lorsque  $E_x$  est égal à  $E_{x,lim}$ . On en déduit alors l'expression de la *variance résiduelle limite*  $CM_{r,lim}$  :

$$CM_{r,lim} = \frac{SCE_{r,lim}}{ddl_r} = \frac{1}{F_s} \cdot \frac{SCE_x}{ddl_x} = \frac{1}{F_s} \cdot CM_x$$

La valeur de  $CM_{r,lim}$  détermine le seuil au-dessus duquel les variances  $CM_x$  désignent les termes  $x$  (facteurs ou interactions) influents, à un niveau de signification indiqué par  $F_s$ .

On rappelle que  $F_s$  est la valeur de la fonction de Fisher à 1 et  $ddl_r$  degrés de liberté définie pour une probabilité  $s$ .

On voit ici que la détermination de  $CM_{r,lim}$  demande à ce que  $ddl_r$  soit connu, c'est-à-dire implicitement que la construction de la variance résiduelle soit déjà fixée.

Pour cette raison, 4 variances résiduelles ont été définies ; elles se distinguent chacune par l'ordre des interactions qu'elles prennent en compte.

Le tableau suivant donne les valeurs des sommes des carrés des écarts ( $SCE$ ) déduites du Tableau 30, pour chaque groupe de termes classés selon leur degré polynomial (compris entre 1 et 6). A partir de ces classes ainsi formées, 4 constructions de la variance résiduelle en ont été déduites.

A titre d'exemple, la notation « 5+6 » désigne toutes les interactions d'ordre 5 et 6.

Tableau 32 - Calcul de 4 variances résiduelles, par inclusions variées de termes d'ordre différent  
Valeurs  $F_s$  correspondantes de la fonction de Fisher pour une probabilité  $s=0.95$

Ordre	$ddl_r$	$SCE_r$	$CM_r$		
1	6	3006,6973	501,116217		
2	15	214,040861	14,2693907		
3	20	29,41317216	1,47065861		
4	15	1,144706408	0,07631376		
5	6	0,000648047	0,00010801		
6	1	0,000054298	5,4298E-05	$F_s (s=0.95)$	
Config.	5+6	7	0,000702345	0,00010033	5,59145974
	4+5+6	22	1,145408753	0,05206403	4,3009436
	3+4+5+6	42	30,55858092	0,72758526	4,07266043
	2+3+4+5+6	57	244,5994419	4,29121828	4,00987687

Ces 4 variances résiduelles relatives à différents niveaux d'interactions ont ici successivement un nombre de degrés de liberté  $ddl_r$  égal à 7, 22, 42 et 57. Les valeurs de  $CM_{r,lim}$  peuvent alors être calculées pour tous les facteurs principaux et interactions, pour chacune des modalités de  $ddl_r$ .

## *Frein linéaire à courants de Foucault*

Nous en donnons ci-après quelques valeurs.

Tableau 33 - Valeurs des variances résiduelles limites  $CM_{r,lim}$  des facteurs principaux et des premières interactions

Termes	$ddl_r$			
	7	22	42	57
<b>a</b> ( <i>npol</i> )	336,048203	436,880874	461,369179	468,592942
<b>b</b> ( <i>hcul</i> )	31,4461712	40,8817265	43,1732532	43,8492267
<b>c</b> ( <i>prvt</i> )	1,13093902	1,47028201	1,55269513	1,57700603
<b>d</b> ( <i>l</i> )	155,970004	202,769457	214,135211	217,487975
<b>e</b> ( <i>entr</i> )	12,4334258	16,1641273	17,0701685	17,3374401
<b>f</b> ( <i>hpol</i> )	0,70155204	0,91205567	0,96317875	0,97825946
<b>ab</b>	12,9454567	16,8297952	17,7731488	18,0514271
<b>ac</b>	0,2064756	0,26842947	0,28347563	0,28791408
<b>ad</b>	10,9293463	14,2087425	15,0051793	15,2401188
<b>ae</b>	0,01836372	0,02387383	0,02521202	0,02560677
<b>af</b>	0,09583365	0,12458894	0,13157247	0,13363253
<b>bc</b>	2,32443773	3,02189501	3,19128005	3,24124665
<b>bd</b>	8,54875153	11,1138402	11,7367998	11,9205655
<b>be</b>	0,04432474	0,05762456	0,06085457	0,06180738
<b>bf</b>	2,50703763	3,25928478	3,44197613	3,49586794
<b>cd</b>	0,1928119	0,25066592	0,2647164	0,26886112
...	...	...	...	...

A ce stade, pour chaque terme, facteur principal ou interaction, il est possible de juger de leur influence à partir de ces différentes variances résiduelles ( $5+6$ ,  $4+5+6$ ,  $3+4+5+6$  ou  $2+3+4+5+6$ ) pour un niveau de signification  $\alpha$ .

A titre d'exemple, prenons successivement les cas des facteurs *entr* et *prvt*.

Les valeurs des variances résiduelles concernant le facteur *entr*, données par le Tableau 33, sont toutes supérieures à 12.4. Cette valeur est largement supérieure aux 4 variances résiduelles décrites par le Tableau 32. Cela signifie que le facteur *entr* a une variance statistiquement différente des toutes les variances résiduelles construites à partir des interactions, pour un niveau de signification de 95%.

Concernant le facteur *prvt*, la même étude va conduire à une conclusion différente. Ainsi, les variances résiduelles limites correspondantes sont comprises entre 1.13 et 1.58 environ. Ces valeurs sont supérieures à  $CM_r=0,72758526$  de la configuration  $3+4+5+6$ , et inférieures à  $CM_r=4,29121828$  de la dernière configuration ( $2+3+4+5+6$ ). Cela implique qu'une analyse de variance utilisant une variance résiduelle égale à  $0,72758526$  déclarera le facteur *prvt* comme significatif, et qu'une autre se basant sur l'autre configuration où  $CM_r=4,29121828$  conclura à l'aspect non significatif de ce même facteur. On notera enfin que les configurations  $4+5+6$  et  $5+6$  trouvent naturellement *prvt* influent pour le même niveau de signification.

Le tableau ci-dessous résume les conclusions de ces analyses réalisées pour chaque terme. Devant chacun d'eux sera ainsi indiquée la configuration possédant le plus grand nombre de degrés de liberté, et donnant le terme correspondant influent, à une probabilité de 95%.

## Frein linéaire à courants de Foucault

Tableau 34 – « Meilleures » configurations concluant sur l'aspect significatif de chaque terme (facteurs et interactions)

	Configuration		Configuration		Configuration		Configuration
a ( <i>npol</i> )	2+3+4+5+6	ce	5+6	bce	5+6	acdf	5+6
b ( <i>bcul</i> )	2+3+4+5+6	cf	4+5+6	bcf	4+5+6	acef	5+6
c ( <i>prct</i> )	3+4+5+6	de	4+5+6	bde	5+6	adef	5+6
d ( <i>J</i> )	2+3+4+5+6	df	5+6	bdf	4+5+6	bcde	6
e ( <i>entr</i> )	2+3+4+5+6	ef	5+6	bef	5+6	bcdf	6
f ( <i>hpol</i> )	3+4+5+6	abc	3+4+5+6	cde	5+6	bcef	5+6
ab	2+3+4+5+6	abd	3+4+5+6	cdf	5+6	bdef	5+6
ac	4+5+6	abe	5+6	cef	6	cdef	6
ad	2+3+4+5+6	abf	3+4+5+6	def	5+6	abcde	6
ae	5+6	acd	5+6	abcd	4+5+6	abcdf	6
af	4+5+6	ace	5+6	abce	5+6	abcef	6
bc	3+4+5+6	acf	5+6	abcf	5+6	abdef	6
bd	2+3+4+5+6	ade	5+6	abde	5+6	acdef	6
be	4+5+6	adf	5+6	abdf	5+6	bcdef	6
bf	3+4+5+6	aef	5+6	abef	6	abcdef	6
cd	4+5+6	bcd	4+5+6	acde	5+6		

Parmi les facteurs, on remarque ainsi que seuls *prct* et *hpol* sont définis influents lorsque la configuration 3+4+5+6 est considérée, pour laquelle la variance résiduelle est près de 6 fois inférieure à celle de la configuration 2+3+4+5+6 assignée aux autres facteurs.

Autrement dit, si le calcul de la variance résiduelle est obtenue à partir de la configuration (2+3+4+5+6), alors les facteurs *prct* et *hpol* seront rejetés par l'analyse de variance.

### 4.3.1.1.b FORCE D'ATTRACTION

#### ➔ Effets

De la même manière, on donne ci-après les valeurs numériques des effets des facteurs principaux, ainsi que les représentations par histogrammes des effets des facteurs et ceux des interactions d'ordre 2.

Tableau 35 - Valeurs des effets des facteurs principaux (réponse *Fattr*)

Facteurs	<i>npol</i>	<i>bcul</i>	<i>prct</i>	<i>J</i>	<i>entr</i>	<i>hpol</i>
Effets	-1.1145	0.8505	0.15944	2.3779	-0.93138	0.012964

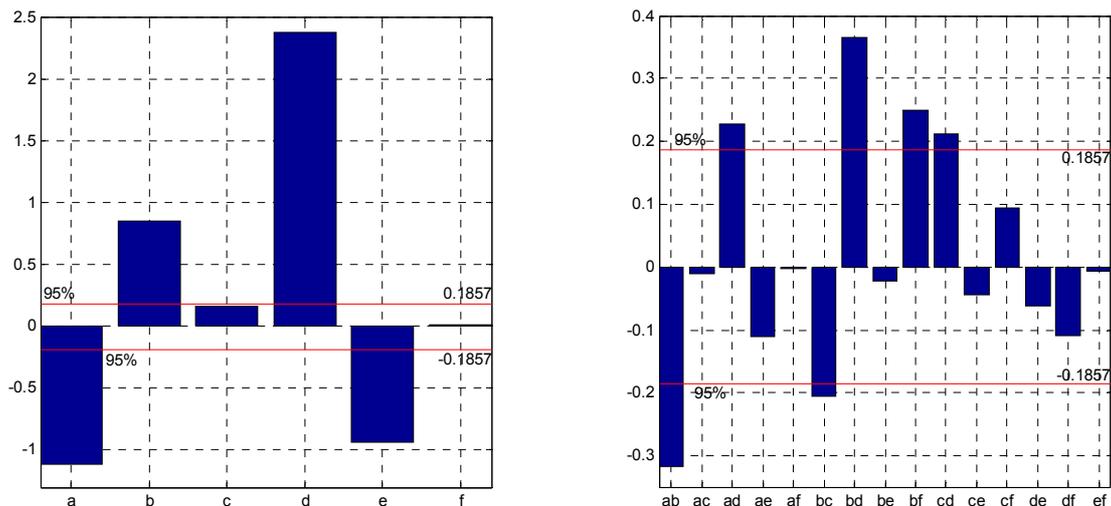


Figure 24 - Représentation des effets des facteurs principaux et des interactions d'ordre 2, sur la force d'attraction (*Fattr*)  
(*a=npol, b=bcul, c=prct, d=J, e=entr, f=hpol*)

Les résultats présentés ci-dessus présentent une homogénéité remarquable avec ceux concernant la force de freinage (*Fbrake*).

## Frein linéaire à courants de Foucault

Ainsi, on retrouve les 4 mêmes facteurs influents, au niveau de signification de 95% :  $\eta_{pol}$ ,  $h_{cul}$ ,  $J$  et  $entr$ . Cependant, leurs influences relatives sont ici différentes : l'ordre est changé entre  $\eta_{pol}$  et  $J$ , ainsi qu'entre  $h_{cul}$  et  $entr$ .

Les interactions jugées influentes relativement à la force de freinage, le sont également dans le cas présent. De la même façon, leur classement change. On remarquera notamment le changement de signe de l'interaction liant le nombre de pôles ( $\eta_{pol}$ ) à la densité de courant dans les conducteurs ( $J$ ). Au niveau de signification de 95%, l'interaction entre  $prct$  et  $J$  est significative, alors qu'elle ne l'était pas lorsque la force de freinage était considérée, et que de plus le facteur de réduction de bas de pôle ( $prct$ ) n'est lui-même pas significatif.

### ➔ Analyse de variance

De la même façon que pour la force de freinage, on applique ici une analyse de variance inversée.

Dans un premier temps, on construit 4 configurations de construction de variances résiduelles ; elles reprennent les notations utilisées précédemment :  $5+6$ ,  $4+5+6$ ,  $3+4+5+6$  et  $2+3+4+5+6$ .

Le niveau de signification adopté pour les tests de Fisher est gardé à 95%.

Tableau 36 - Calcul de 4 variances résiduelles, par inclusions variées de termes d'ordre différent  
Valeurs  $F_s$  correspondantes de la fonction de Fisher pour une probabilité  $s=0.95$

Ordre	$ddl_r$	$SCE_r$	$CM_r$		
1	6	544,835656	90,8059427		
2	15	30,4131071	2,02754047		
3	20	1,617015	0,08085075		
4	15	0,10334768	0,00688985		
5	6	0,00220583	0,00036764		
6	1	8,3266E-07	8,3266E-07	$F_s (s=0.95)$	
Config.	5+6	7	0,00220666	0,00031524	5,59145974
	4+5+6	22	0,10555434	0,00479792	4,3009436
	3+4+5+6	42	1,72256934	0,04101356	4,07266043
	2+3+4+5+6	57	32,1356764	0,5637838	4,00987687

Les valeurs des variances résiduelles limites pour les facteurs principaux sont données ci-après.

Tableau 37 - Valeurs des variances résiduelles limites  $CM_{r,lim}$  des facteurs principaux

Termes	$ddl_r$			
	7	22	42	57
a ( $\eta_{pol}$ )	14,2172176	18,4831533	19,519182	19,82479824
b ( $h_{cul}$ )	8,27959105	10,763917	11,3672625	11,54524227
c ( $prct$ )	0,29096159	0,37826583	0,39946861	0,405723181
d ( $J$ )	64,7219182	84,1420008	88,858378	90,24965386
e ( $entr$ )	9,92907087	12,9083302	13,6318755	13,84531289
f ( $h_{pol}$ )	0,00192365	0,00250085	0,00264103	0,002682377

Enfin, on donne ci-dessous les configurations concluant au caractère significatif de chaque facteur principal et de chacune de leurs interactions.

## *Frein linéaire à courants de Foucault*

Tableau 38 – « Meilleures » configurations concluant sur l'aspect significatif de chaque terme (facteurs et interactions)

	Configuration		Configuration		Configuration		Configuration
<b>a</b> ( <i>npol</i> )	2+3+4+5+6	<b>ce</b>	3+4+5+6	<b>bce</b>	6	<b>acdf</b>	4+5+6
<b>b</b> ( <i>hcul</i> )	2+3+4+5+6	<b>cf</b>	3+4+5+6	<b>bcf</b>	3+4+5+6	<b>acef</b>	6
<b>c</b> ( <i>prvt</i> )	3+4+5+6	<b>de</b>	3+4+5+6	<b>bde</b>	5+6	<b>adef</b>	6
<b>d</b> ( <i>J</i> )	2+3+4+5+6	<b>df</b>	3+4+5+6	<b>bdf</b>	3+4+5+6	<b>bcde</b>	5+6
<b>e</b> ( <i>entr</i> )	2+3+4+5+6	<b>ef</b>	5+6	<b>bef</b>	5+6	<b>bcdf</b>	4+5+6
<b>f</b> ( <i>hpol</i> )	4+5+6	<b>abc</b>	3+4+5+6	<b>cde</b>	4+5+6	<b>bcef</b>	6
<b>ab</b>	2+3+4+5+6	<b>abd</b>	3+4+5+6	<b>cdf</b>	4+5+6	<b>bdef</b>	6
<b>ac</b>	4+5+6	<b>abe</b>	4+5+6	<b>cef</b>	5+6	<b>cdef</b>	6
<b>ad</b>	2+3+4+5+6	<b>abf</b>	4+5+6	<b>def</b>	5+6	<b>abcde</b>	6
<b>ae</b>	3+4+5+6	<b>acd</b>	4+5+6	<b>abcd</b>	5+6	<b>abcdf</b>	5+6
<b>af</b>	5+6	<b>ace</b>	4+5+6	<b>abce</b>	6	<b>abcef</b>	6
<b>bc</b>	3+4+5+6	<b>acf</b>	4+5+6	<b>abcf</b>	4+5+6	<b>abdef</b>	6
<b>bd</b>	2+3+4+5+6	<b>ade</b>	4+5+6	<b>abde</b>	5+6	<b>acdef</b>	6
<b>be</b>	4+5+6	<b>adf</b>	4+5+6	<b>abdf</b>	4+5+6	<b>bcdef</b>	6
<b>bf</b>	3+4+5+6	<b>aef</b>	4+5+6	<b>abef</b>	6	<b>abcdef</b>	6
<b>cd</b>	3+4+5+6	<b>bcd</b>	4+5+6	<b>acde</b>	5+6		

Les facteurs *prvt* et *hpol* sont déclarés influents par des configurations pour lesquelles les variances résiduelles sont environ 14 et 117 fois plus petites que celle utilisée pour les 4 autres facteurs (*npol*, *hcul*, *J* et *entr*).

### 4.3.1.1.c SYNTHÈSE

Au vu des ANOVA inversées présentées plus haut, les 2 facteurs *prvt* et *hpol* ne sont considérés comme influents que lorsque des variances résiduelles très faibles sont utilisées. En cela, ils se distinguent des 4 autres facteurs *npol*, *hcul*, *J* et *entr*.

Suivant ce constat, établi pour la force de freinage et pour la force d'attraction, ces 2 facteurs (*prvt* et *hpol*) ne seront plus considérés dans les développements ultérieurs.



Les signes des effets des facteurs retenus (jugés significatifs par l'analyse de variance) restent identiques, quelles que soit la force considérée. Etant donné que l'on cherche à maximiser la force de freinage et à minimiser la force d'attraction, cela signifie que toute variation d'un de ces facteurs va améliorer une réponse et dégrader l'autre. Cela impliquera donc un compromis, particulièrement important lors des procédures d'optimisation.

Cependant de manière générale, l'amplitude des effets des facteurs sur la force d'attraction est moins grande que sur celle de freinage. C'est un point positif concernant la viabilité pratique du FLCF.

### 4.3.1.2 RSM

Après concertation avec Alstom, et compte tenu de considérations techniques, le facteur *entr* traduisant la hauteur d'entrefer entre le FLCF et le rail, a été fixé à la valeur 9 mm.

De ce fait, le problème est réduit à l'étude des variations des deux réponses brutes (*F<sub>brake</sub>* et *F<sub>attr</sub>*) suivant celles des 2 facteurs continus *hcul*, *J* et celle du facteur discret *npol*.

Pour le calcul des surfaces de réponse, un plan de Box-Behnken a été choisi. Il ne demande que 13 expériences, alors qu'un plan factoriel à 3 niveaux par facteur en aurait demandé 27.

On rappelle qu'un modèle polynomial du second ordre, pour 3 facteurs, est défini par 10 coefficients.

#### ➔ Extremums

Les 2 modèles d'ordre 2 fournissent chacun un meilleur point, suivant l'optimum recherché de la réponse qu'ils décrivent.

Les caractéristiques de ces 2 points sont données par le tableau qui suit.

## Frein linéaire à courants de Foucault

Tableau 39 - Caractéristiques des meilleurs points des modèles des réponses  $F_{brake}$  et  $F_{attr}$

	$F_{brake}$	$F_{attr}$
Valeurs	27.24 ( <i>max</i> )	12.37 ( <i>min</i> )
$npol$	6	10
$J$	8	6
$hcul$	51.39	30

Les 2 meilleurs points traduisent pour ainsi dire des états opposés : lorsqu'un facteur prend sa valeur basse pour une réponse, il prend sa valeur haute pour l'autre réponse.

Cela était attendu : il a été remarqué en effet que les signes des effets des facteurs principaux ne changeaient pas suivant la force considérée.

### ➔ Représentations graphiques

La figure suivante représente les variations de la force de freinage en fonction des facteurs  $npol$  et  $J$ , pour les 2 valeurs extrêmes du facteur  $hcul$ .

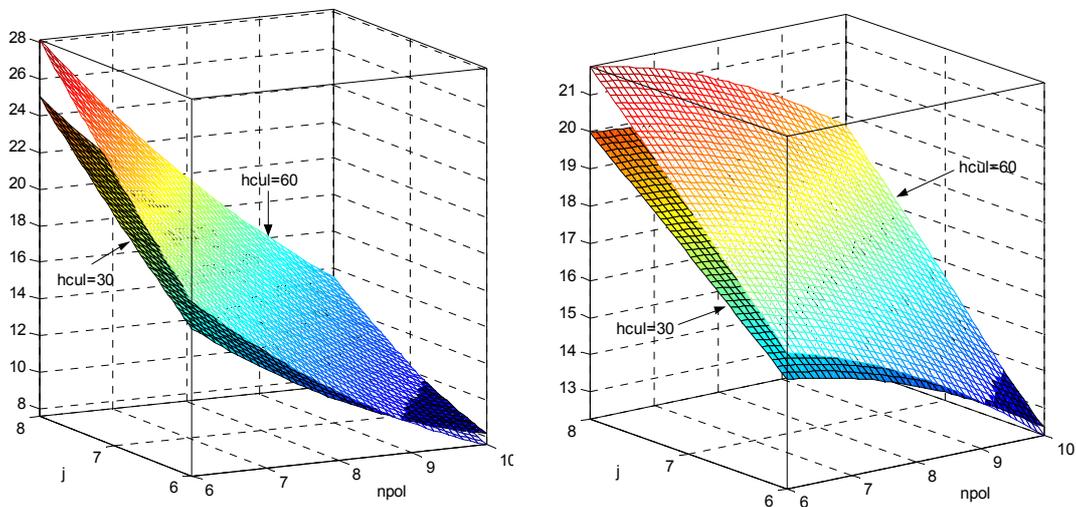


Figure 25 - Variations des réponses brutes en fonction des facteurs  $npol$  et  $J$  pour 2 valeurs du facteur  $hcul$   
 $F_{brake}$  (gauche) –  $F_{attr}$  (droite)

#### 4.3.1.3 Variation de la vitesse et de la conductivité du rail

Dans un second temps, les influences de la vitesse de déplacement du train et de la conductivité ont été déterminées en fonction des résultats précédemment établis.

Le facteur *vitesse*, continu par nature, a été discrétisé afin de limiter les calculs nécessaires. Ses modalités sont fixées à 100, 200, et 300 km/h.

En ce qui concerne la conductivité du rail, un aspect particulier de la modélisation 2D du frein électromagnétique avait déjà été relevé dans certains travaux, et en particulier dans [Hofmann 99], [Wiar 73] et [Albertz 95].

Dans ces études sont réalisées la comparaison entre les modèles éléments finis 2D et 3D d'un dispositif de freinage relativement semblable. Les auteurs ont alors montré l'importance des effets typiquement 3D du FLCF, en considérant en particulier le parcours des courants induits dans le rail. Le modèle éléments finis 2D considère implicitement le rail comme une surface conductrice de dimensions infinies. Or, cette simplification est d'autant plus éloignée de la réalité que la vitesse de déplacement du train est grande : l'amplitude des courants augmentant, le chemin de leur parcours s'étend, et les boucles de courants ainsi formées empruntent plus largement les parois latérales du rail. Cela est montré par la Figure 17.

Afin de tenir compte de la forme réelle du rail dans les modèles éléments finis 2D, une solution proposée consiste à corriger la valeur de sa conductivité par un facteur de réduction de 7 environ.

## *Frein linéaire à courants de Foucault*

De là, ont été refaites certaines expériences parmi celles définies à l'étude précédente (détaillée au paragraphe 4.3.1.2), mais en utilisant une conductivité  $\sigma$  égale à 300 S/mm. Cette valeur sera conservée dans toutes les études 2D à venir.

### ➔ *Extremums*

Les expériences correspondant aux vitesses de déplacement égales à 100, 200 et 300 km/h ont été recalculées. Les résultats sont donnés ci-après.

Tableau 40 - Caractéristiques des meilleurs points des modèles des réponses  $F_{brake}$  et  $F_{attr}$  pour les 3 modalités du facteur *vitesse*

		<i>vitesse</i>	100	200	300
<i>F<sub>brake</sub></i>	Valeurs		31.244	32.862	29.079
	<i>N<sub>pol</sub></i>		6		
	<i>J</i>		8		
	<i>H<sub>cul</sub></i>		60		

		<i>vitesse</i>	100	200	300
<i>F<sub>attr</sub></i>	Valeurs		23.475	17.58	13.355
	<i>n<sub>pol</sub></i>		10		
	<i>J</i>		6		
	<i>b<sub>cul</sub></i>		60		

Ces valeurs sont obtenues pour un seul pôle et sont exprimées par unité de longueur.

### ➔ *Représentations graphiques*

Les variations des forces de freinage et d'attraction sont représentées ci-dessous, pour chaque modalité du facteur *vitesse*.

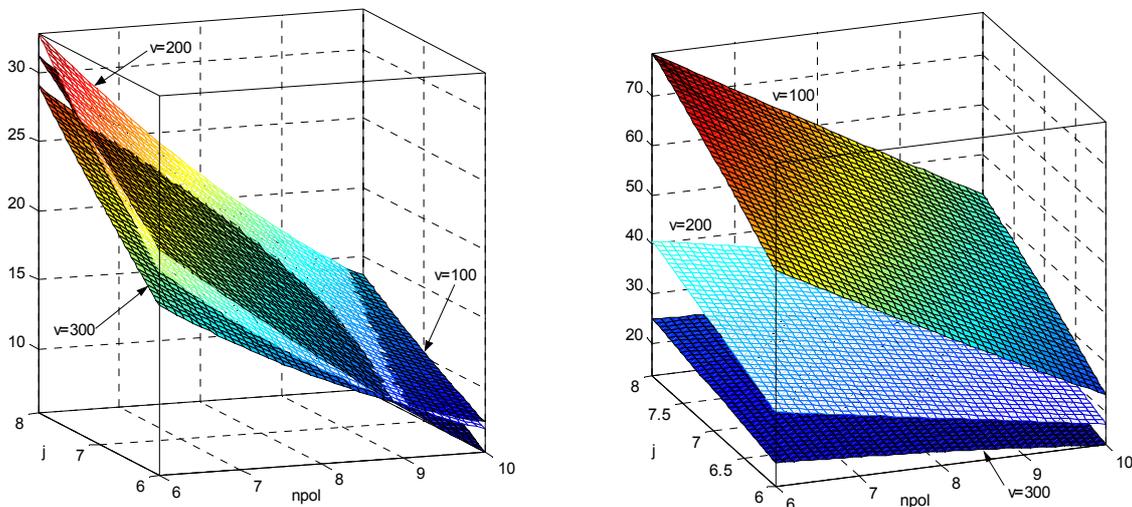


Figure 26 - Variations des réponses brutes en fonction des facteurs *n<sub>pol</sub>* et *J* pour les 4 modalités du facteur *vitesse*  $F_{brake}$  (gauche) –  $F_{attr}$  (droite) –  $b_{cul}=60$  –  $\sigma=300$  S/mm

#### 4.3.1.4 Optimisation multi-objectifs

### ➔ *Données de l'étude*

Tous les résultats présentés précédemment ne concernent qu'un pôle, et non pas le frein électromagnétique entier. De plus, les forces données sont linéiques : elles sont exprimées en N/mm.

Si l'on veut optimiser le FLCF, il faut le considérer dans sa totalité, et donc multiplier les valeurs de forces précédentes par le nombre de pôles (*n<sub>pol</sub>*) et également par la largeur moyenne de la partie supérieure du rail, soit 75 mm.

## Frein linéaire à courants de Foucault

Les efforts d'optimisation se sont davantage concentrés sur la recherche des meilleures valeurs des facteurs  $npol$  et  $vitesse$ . Les autres facteurs ont alors été fixés pour cette étude particulière à  $bcul=60$  mm et  $J=8$  A/mm<sup>2</sup>.

Dans ce cadre, les surfaces de réponse considérées sont les suivantes. Ce sont des interpolations construites sur des résultats d'expériences déjà réalisées.

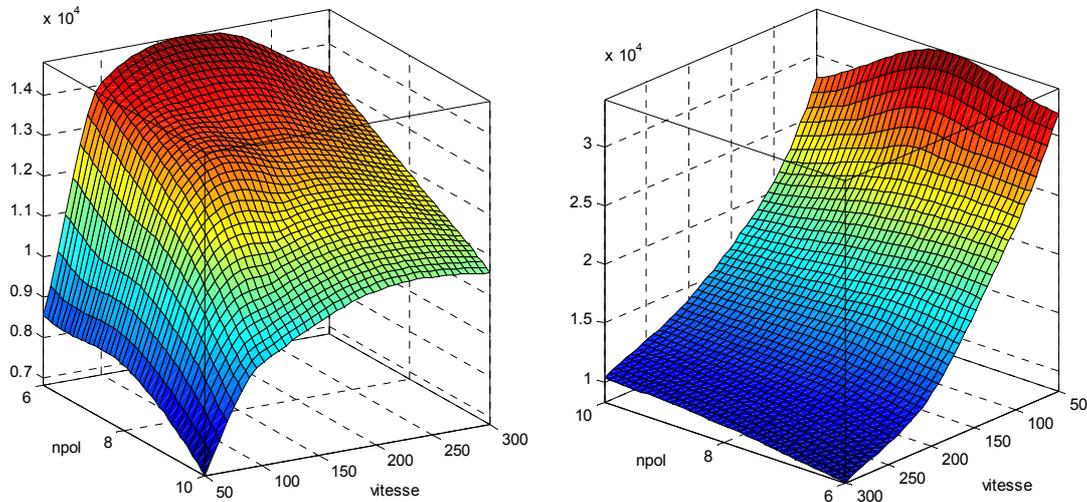


Figure 27 – Surfaces d'interpolation des réponses brutes en fonction des facteurs  $npol$  et  $vitesse$   
 $F_{brake}$  (gauche) –  $F_{attr}$  (droite) –  $bcul=60$  –  $J=8$  A/mm<sup>2</sup>

### ➔ Optimisation

L'optimisation du frein électromagnétique est typiquement un compromis entre :

- maximiser la force de freinage  $F_{brake}$  ;
- minimiser la force d'attraction  $F_{attr}$ .

Chacune de ces 2 propositions est aussi importante l'une que l'autre. Le FLCF ne serait pas viable avec une force d'attraction trop importante, et perdrait tout intérêt si la force de freinage développée était trop faible.

A titre d'illustration numérique, Alstom préconise une force d'attraction inférieure à 15 voire 10 kN. Des valeurs supérieures induiraient des conséquences fâcheuses sur le matériel (rail, fixation du FLCF aux bogies, ...).

Quant à la force de freinage, le cahier des charges du FLCF demande à ce qu'elle représente au minimum 25% de l'effort moyen de freinage demandé par le train ; cela équivaut à environ 7.5 kN par patin (ou frein).

Cette optimisation multi-objectifs a été traitée en recourant à la construction d'une fonction de désirabilité. Il s'agit d'un objet mathématique unique permettant de prendre en compte dans le même temps les réponses brutes et le type d'optimum recherché pour chacune d'elles.

In fine, la fonction de désirabilité constitue la fonction objectif, à partir de laquelle les conditions optimales (maximales) sont recherchées, aboutissant ainsi à la détermination de la solution de compromis voulue. On se place ainsi dans le cadre d'une optimisation indirecte.

La construction de la fonction de désirabilité fait intervenir des fonctions d'appartenance. Celles-ci permettent de normer les variations des réponses brutes, c'est-à-dire de ramener leurs valeurs dans la plage de variation [0, 1]. Elles donnent dans le même temps la possibilité de prendre en compte les optima recherchés. Les fonctions d'appartenance utilisées ici sont définies et représentées ci-dessous.

## Frein linéaire à courants de Foucault

Tableau 41 - Données servant à la construction des fonctions d'appartenance associées aux réponses brutes

	Plage de variation des valeurs de modélisation		Optimum recherché	Fonction d'appartenance ( $\gamma=10$ )
<i>Fbrake</i>	<i>valmin</i>	6825	maximum	$m(Fbrake) = \left( \frac{x - valmin}{valmax - valmin} \right)^\gamma$
	<i>valmax</i>	14823.44		
<i>Fattr</i>	<i>valmin</i>	8325	minimum	$m(Fattr) = \left( \frac{x - valmax}{valmin - valmax} \right)^\gamma$
	<i>valmax</i>	34010,02		

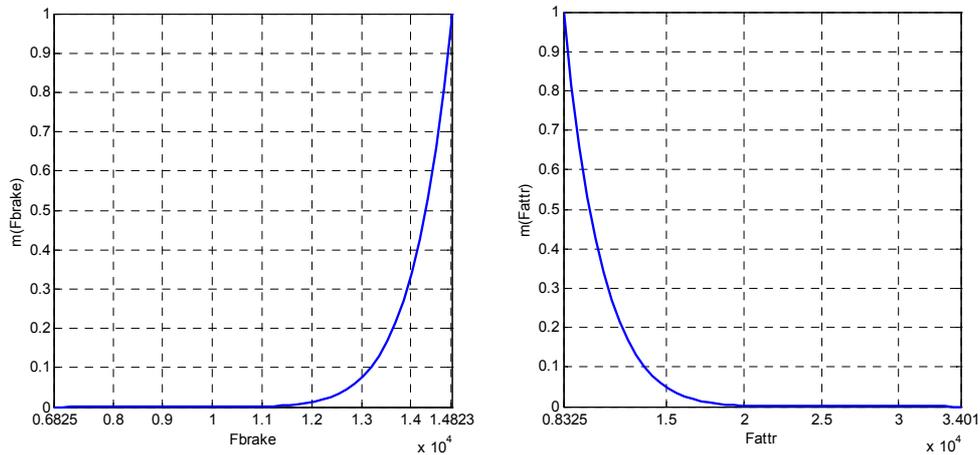


Figure 28 - Fonctions d'appartenance associées aux réponses brutes *Fbrake* (gauche) et *Fattr* (droite)

La fonction de désirabilité est alors calculée comme étant la moyenne géométrique pondérée des fonctions d'appartenance. Les 2 réponses brutes étant jugées d'égale importance dans ce problème d'optimisation, les poids appliqués ( $\alpha$  et  $\beta$ ) sont pris égaux entre eux, et fixés à 1.

$$d = \left[ m(Fbrake)^\alpha \cdot m(Fattr)^\beta \right]^{\frac{1}{\alpha+\beta}}$$

$$= \sqrt{m(Fbrake) \cdot m(Fattr)}$$

La fonction de désirabilité  $d$  est représentée par la figure suivante.

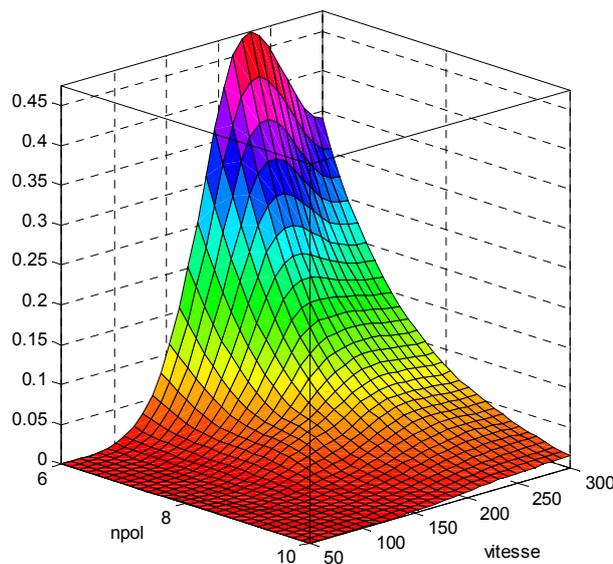


Figure 29 - Fonction de désirabilité  $d$  relativement aux facteurs *npol* et *vitesse*

## Frein linéaire à courants de Foucault

De par son mode de construction, les plus grandes valeurs de la fonction  $d$  désignent celles des facteurs  $n_{pol}$  et  $vitesse$  pour lesquelles le compromis « maximisation de  $F_{brake}$  » et « minimisation de  $F_{attr}$  » est le plus intéressant.

Au regard de la Figure 29, on peut situer ce compromis dans la zone du plan  $n_{pol} - vitesse$ , pour laquelle :

- le nombre de pôles du FLCF est inférieure à 8 ;
- la vitesse d'utilisation du frein est supérieure à 150 km/h.

### 4.3.2. Utilisation du modèle éléments finis 3D

#### ➔ Validation du modèle éléments finis

La validation du modèle éléments finis 3D présenté au paragraphe 4.2. est assurée par la comparaison des résultats de simulation à des résultats de mesure issus d'une maquette expérimentale réalisée et testée par l'INRETS.

La partie haute (champignon) du rail forme la masse métallique d'une roue ; l'inducteur, fixe, extérieur à la roue, prend localement la courbure du rail pour donner une valeur constante à l'entrefer.

Ce dispositif permet les essais en dynamique.

Pour différentes valeurs de courant et de vitesse, des mesures des grandeurs suivantes ont été effectuées:

- les flux en haut et bas du pôle ;
- la force d'attraction ;
- la force de freinage.

Concernant l'aspect simulation, un modèle élément finis tridimensionnel à 6 pôles a été construit [VandenHende 00]. Un aperçu en est donné ci-dessous.

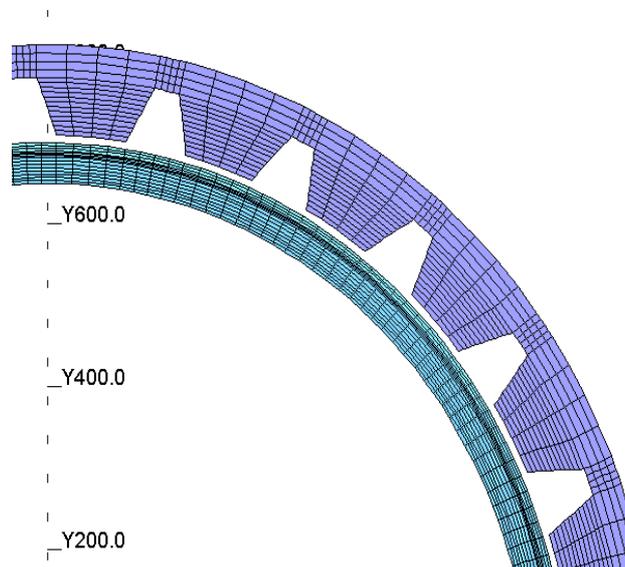


Figure 30 - Vue localisée du modèle éléments finis 3D servant à la validation simulations - mesures

Les 2 figures suivantes représentent respectivement :

- l'évolution des forces de freinage et d'attraction totales du dispositif, en fonction de la vitesse de déplacement ;
- les variations de flux constatées pour chaque pôle, dans leurs parties basse et haute.

## Frein linéaire à courants de Foucault

Les interpolations faites sur les résultats d'essais réels sont tracées en traits continus ; celles issues des valeurs de simulations utilisent des pointillés.

Les simulations n'ont été réalisées que jusqu'à une vitesse de l'ordre de 100km/h.

Tous les calculs présentés dans ce qui suit utilisent une conductivité  $\sigma$  du rail égale à 2000 S/mm. De plus, la borne supérieure de variation du facteur  $J$  a été relevée à 10 A/mm<sup>2</sup>.

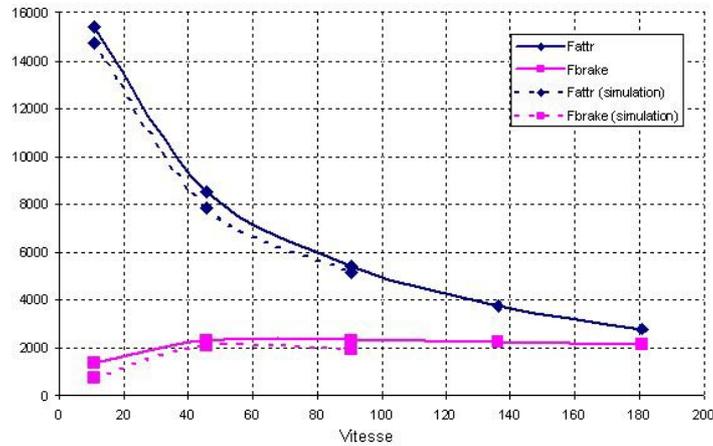


Figure 31 - Forces de freinage ( $F_{brake}$ ) et d'attraction ( $F_{attr}$ ) obtenues par essais et simulations

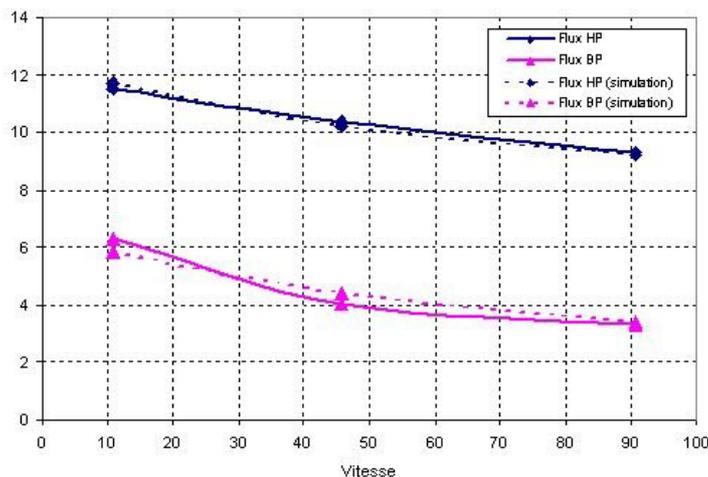


Figure 32 - Flux de haut de pôle (HP) et de bas de pôle (BP) obtenus par essais et simulations

On observe que les résultats de simulations sont très proches des mesures expérimentales. Cela est en outre vérifié pour différentes valeurs d'ampères-tours imposées et différentes épaisseurs d'entrefer.

Les caractéristiques de modélisation apparaissent donc adéquates pour servir à la conception du prototype virtuel du FLCF étudié par la suite.



A titre d'illustration, nous donnons ci-après une représentation du parcours des courants induits sur la partie supérieure du rail, calculée grâce au modèle volumique du frein électromagnétique. Les pôles du FLCF ne sont ici pas représentés pour faciliter la vue de ces boucles de courants.

## Frein linéaire à courants de Foucault

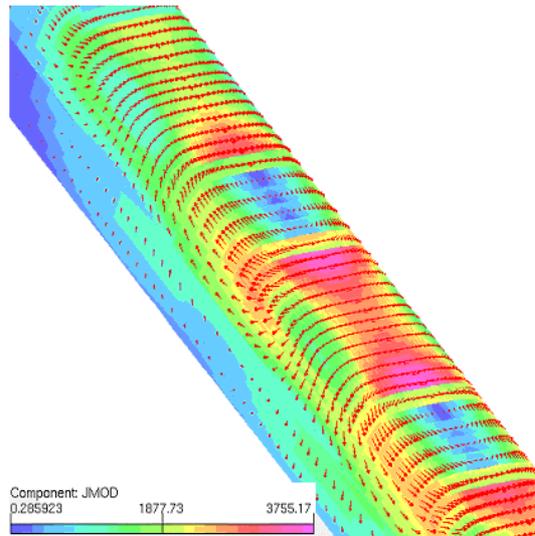


Figure 33 - Parcours des courants induits sur la partie supérieure du rail calculés grâce au modèle 3D du FLCF

### 4.3.2.1 Analyse de screening

Une analyse de screening a été réalisée sur les données de simulations du modèle 3D.

Les résultats sont tout à fait semblables à ceux présentés au paragraphe 4.3.1.1, lorsque le modèle éléments finis 2D était utilisé.

Ils ne seront donc pas présentés de nouveau dans cette partie.

On rappelle que les facteurs  $npol$ ,  $J$ ,  $hcul$  et  $entr$  sont les plus influents quelle que soit la force considérée. Les facteurs  $hpol$  et  $prct$  sont abandonnés.

### 4.3.2.2 RSM

#### ► Surfaces de réponse

Nous donnons ci-dessous les surfaces de réponse des forces de freinage et d'attraction en fonction de la vitesse et de la densité de courant dans les conducteurs.

Ces modèles correspondent à une configuration non optimisée du frein électromagnétique, pour laquelle les facteurs prennent des valeurs quelconques. Pour des raisons de confidentialité, il ne sera pas possible de faire figurer dans ce rapport ces mêmes surfaces correspondant à la meilleure combinaison des valeurs des facteurs.

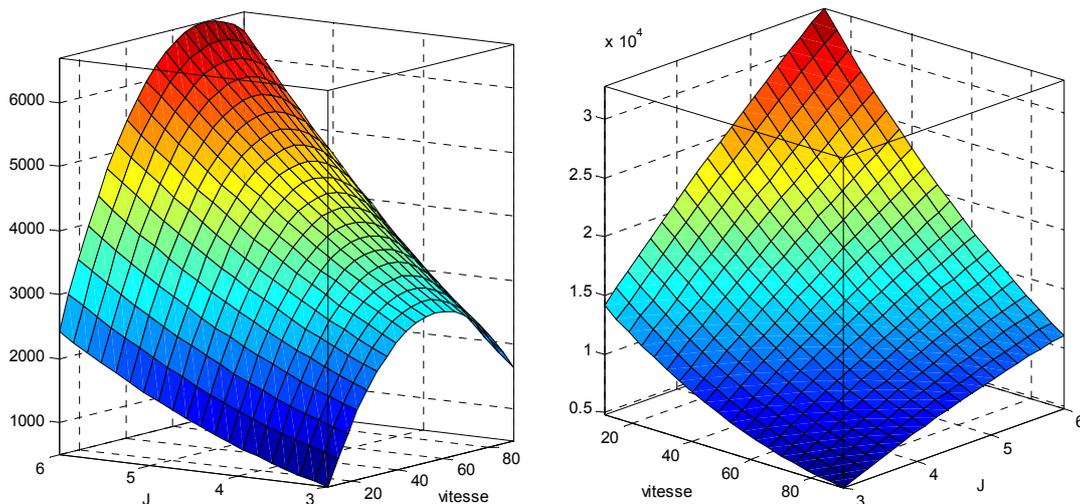


Figure 34 – Modèles du second degré des forces de freinage  $F_{brake}$  (gauche) et d'attraction  $F_{attr}$  (droite) en fonction du facteur  $vitesse$  et du facteur  $J$

## Frein linéaire à courants de Foucault

Ces modèles équivalents des variations réponses sont utilisés dans la suite de l'étude pour rechercher les valeurs des facteurs donnant les meilleures amplitudes de forces, tout en respectant leurs limites imposées.

### ➔ Recherche de la meilleure configuration

Pour cette étude, les 2 facteurs  $n_{pol}$  et  $J$  ont été considérés pour différentes valeurs de vitesses.

De la même façon que lors de l'étude précédente, le facteur  $entr$  est fixé à 9 mm.

Quant au facteur  $bcul$ , sa valeur est fixée pour que l'induction dans la culasse demeure inférieure à 1.5 T. Cette précaution est particulièrement importante dans le cas du modèle 6 pôles.

Dans le but d'étudier les variations des réponses (force d'attraction et force de freinage), différents plans de surface de réponse ont été calculés en utilisant le superviseur d'optimisation Sophemis.

Des simulations ont été effectuées sur des modèles comptant de 4 à 12 pôles.

Seule une partie des résultats correspondants est présentée ci-dessous.

Les 2 figures suivantes décrivent les variations des forces développées en fonction du nombre de pôles, pour 2 vitesses différentes (45 et 90 km/h). La densité de courant est ici constante et est obtenue en considérant toujours  $[NI_{tot}] = cste$ .

Le rapport  $F_{brake}/F_{attr}$  est également affiché. Cette grandeur permet d'appréhender d'une manière différente le compromis représenté par l'optimisation conjointe de  $F_{brake}$  et  $F_{attr}$ . Plus sa valeur est grande, meilleur est ce compromis.

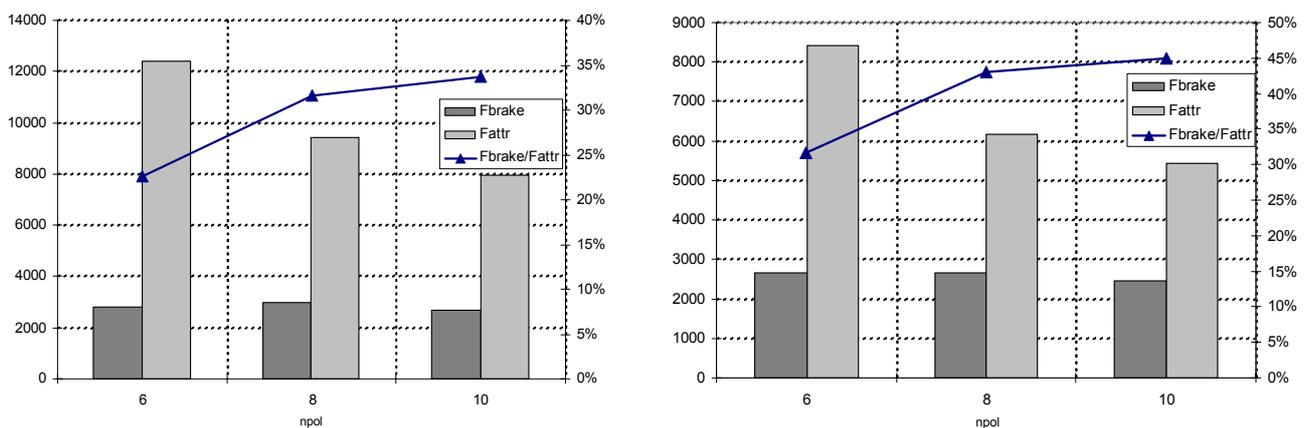


Figure 35 - Forces de freinage  $F_{brake}$ , force d'attraction  $F_{attr}$  et rapport  $F_{brake}/F_{attr}$  en fonction du nombre de pôles pour 2 valeurs de vitesses (45 km/h (gauche) et 90 km/h (droite))

Pour les 2 valeurs de vitesse, le maximum de la force de freinage est obtenu pour un nombre de pôles égal à 8.

Cependant, le rapport  $F_{brake}/F_{attr}$  est maximum pour un modèle 10 pôles et une vitesse égale à 90 km/h. Cela tient notamment au fait que la force d'attraction décroît rapidement lorsque la vitesse augmente, alors que dans le même temps la force de freinage garde un niveau proche de sa meilleure valeur.

Les valeurs données ci-dessus peuvent être représentées différemment, afin de retrouver les variations des réponses en fonction de la vitesse.

## Frein linéaire à courants de Foucault

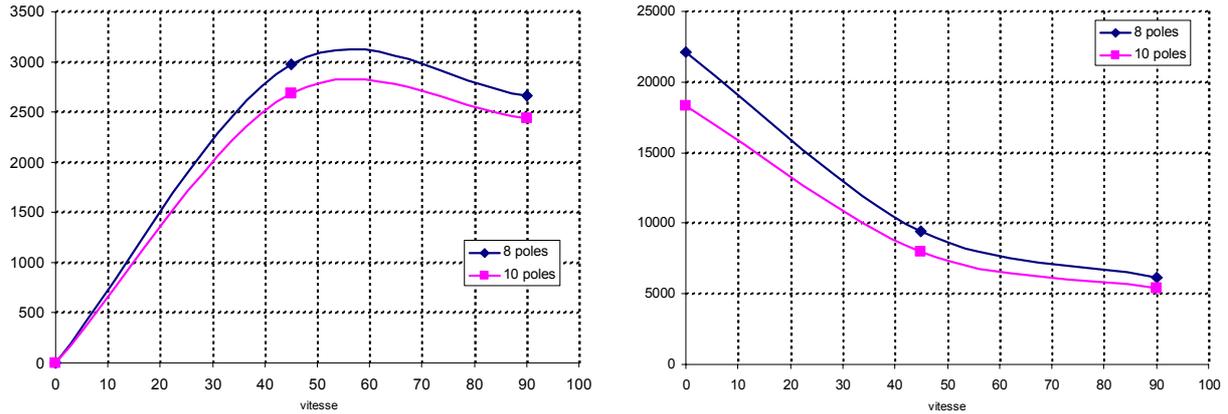


Figure 36 - Forces de freinage  $F_{brake}$  (gauche) et d'attraction  $F_{attr}$  (droite) en fonction de la vitesse

Parmi tous les modèles testés, seul celui possédant 8 pôles a été retenu car il réalise un bon compromis (très proche du meilleur existant pour  $n_{poles}=10$ ) entre la double exigence d'une force de freinage importante et d'une force d'attraction faible.

Le meilleur compromis a également été recherché suivant la valeur de  $J$  (c'est-à-dire de manière équivalente suivant  $(NIpp)$ ).

Pour atteindre nos objectifs, c'est-à-dire une force de freinage supérieure ou égale à 7.5 kN ainsi qu'un rapport  $F_{brake}/F_{attr}$  acceptable, la valeur de  $J$  doit être égale à 8.5 A/mm<sup>2</sup>. De plus, cette valeur de  $J$  est acceptable au point de vue de l'échauffement thermique par effet Joule du dispositif.

On donne ci-après les courbes caractéristiques montrant les variations de  $F_{brake}$  et  $F_{attr}$  en fonction de la vitesse, pour cette configuration choisie.

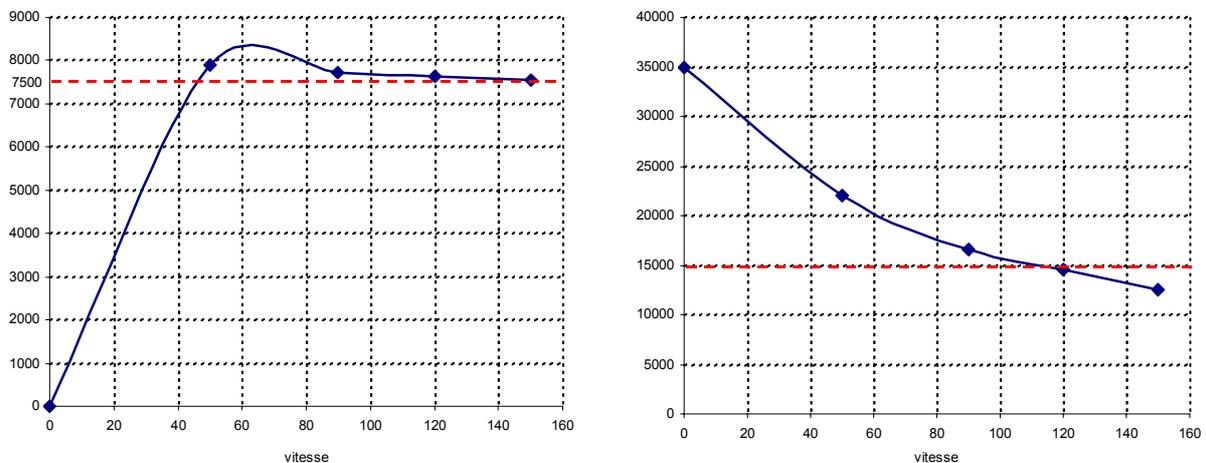


Figure 37 - Forces de freinage  $F_{brake}$  (gauche) et d'attraction  $F_{attr}$  (droite) optimisées en fonction de la vitesse

Dans cette configuration et lorsque la vitesse vaut 100km/h, le rapport  $F_{brake}/F_{attr}$  vaut 55%.

### 4.4. Conclusion

L'optimisation du dispositif a permis de fixer le nombre de pôles, sa géométrie et le courant qui permettent d'atteindre un rapport force de freinage sur force d'attraction égale à 55% à la vitesse de 25 m/sec, soit un gain de plus de 10% par rapport une géométrie non optimisée. La force de freinage est suffisante par rapport à la valeur fixée par le cahier des charges (7.5 kN), cependant la force d'attraction est légèrement supérieure à la référence demandée (15 kN).

## Frein linéaire à courants de Foucault

Au regard de la Figure 37, ces valeurs de  $F_{attr}$  font déconseiller l'usage du FLCF pour des vitesses inférieures à 120 km/h. Cette conclusion vient confirmer celle donnée à l'issue de l'optimisation multi-objectifs basée sur l'exploitation du modèle éléments finis 2D avec correction de la conductivité (§4.3.1.3).

Une comparaison des résultats des différents modèles 2D, 2D « corrigé » et 3D de la force de freinage fonction de la vitesse est présentée ci-dessous :

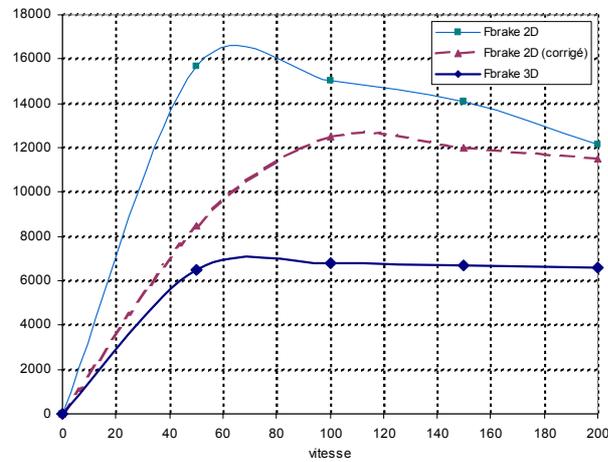


Figure 38 - Forces de freinage obtenues par les différentes modélisations éléments finis

L'influence de la correction de la conductivité modifie la caractéristique mais n'est pas suffisante. Pour une amélioration de la corrélation 2D-3D, la modification de la perméabilité relative au rail peut être envisagée [Albertz 95]. Mais, dans le cadre d'une optimisation, c'est-à-dire lors de la variation du nombre de pôles et de la forme de celui-ci, il serait difficile d'estimer la valeur de ces facteurs de corrections pour toutes les configurations possibles.

Par conséquent, pour l'étude de ce dispositif, une étude tridimensionnelle paraît indispensable en vue d'une optimisation.